

معهد التراث العالمي العربي  
جامعة حلب

محمّد يوسف اللومبي

# رِيَاضِيَّاتٌ

نَهَاءُ اللَّيْلِ الْعَامِلِي

(٩٥٣ - ١٠٣١ هـ) (١٥٤٧ - ١٦٢٢ م)

محمّد يوسف اللومبي

الدكتور جلال شوقي

الأستاذ الزائر بكلية الهندسة - جامعة حلب  
الأستاذ في كلية الهندسة - جامعة القاهرة

الطبعة الاولى - ١٩٧٦

مَعَهْدُ الْتَرَاثِ الْعِلْمِيِّ الْعَرَبِيِّ

بِجَامِعَةِ حَلَبَ

# رِيَاضِيَّاتٌ

نَهَاءُ الدِّينِ الْعَامِلِيِّ

(٩٥٣ - ١٠٣١ هـ) (١٥٤٧ - ١٦٢٢ م)

محمّد يوسف اللومبي

الدكتور جلال شوقي

الأستاذ الزائر بكلية الهندسة - جامعة حلب  
الأستاذ في كلية الهندسة - جامعة القاهرة

الطبعة الاولى - ١٩٧٦

هنا يوسف اللواتي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة  
مكتبي الخاصة  
على موقع ارشيف الانترنت  
الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

هاسن إبراهيم (الدويني)

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

رياضيات

بهاء الدين العاملي

## نقد بم الكتاب

يأتي نشر كتاب رياضيات بهاء الدين العاملي للدكتور جلال شوقي في ثلاث مناسبات هامة الاولى انشاء معهد التراث العلمي العربي في جامعة حلب والثانية تأسيس الجمعية السورية لتاريخ العلوم والثالثة اقامة الندوة العالمية الاولى لتاريخ العلوم عند العرب .

وقد اخترنا نشر هذا الكتاب في هذه المناسبات الهامة لأن الدكتور شوقي كان اثناء عمله كاستاذ معار ثم كاستاذ زائر في كلية الهندسة في جامعة حلب من اكثر المتحمسين للدراسة تاريخ العلوم عند العرب ومن اكثرهم انتاجاً في هذا المجال ، ثم انه الف كتابه اثناء اقامته في جامعة حلب في الفترة التي كانت الجامعة تعد العدة خلالها لانشاء معهد التراث العلمي العربي .

لقد عرفت الدكتور شوقي عن كثب خلال سنين طويلة . فهو من المص وابرز العلماء والباحثين العرب في الهندسة الميكانيكية وقد نال جوائز الدولة في جمهورية مصر العربية اكثر من مرة وانتخب عضواً بارزاً في الجمعيات العلمية والاجنبية المختصة ، وان اهتمامه بتاريخ العلوم عند العرب يعتبر ولا شك كسباً كبيراً لهذا العلم الناشئ في الوطن العربي .

وان معهد التراث العلمي العربي في جامعة حلب ليسره ان يقدم للباحثين المتخصصين ولأبناء الوطن العربي عامة هذا العرض الجيد لرياضيات بهاء الدين العاملي : أحد ائمة العلم في التاريخ العربي .

د . احمد يوسف الحسن

رئيس جامعة حلب

حلب / آذار / ١٩٧٦



## المقدمة

يرجع الفضل الى العرب - بغير منازع - في ارساء اصول وقواعد علمي الحساب والجبر، وتعليمها للعالم اجمع ، فالارقام الشائعة الاستعمال في عصرنا الحالي تعرف بالارقام العربية ، كذلك فان كلمة « جبر » قد دخلت معظم اللغات الحية للدلالة على هذا العلم الذي وضع أول كتاب فيه عالمنا العربي الفذ محمد بن موسى الخوارزمي في القرن التاسع الميلاد ، وهو ايضاً أول من كتب في الحساب العربي ، وهذان الكتابان هما الاساس الذي شيد عليه صرح الرياضيات من بعده .

وقد زخرت الحضارة العربية بعشرات من علماء الرياضيات الذين قدموا للعالم عدة مئات من المؤلفات القيمة لا زالت الغالبية العظمى منها أسيرة خزانات المخطوطات ، هذا كما قدر لها البقاء الى وقتنا الحاضر . ومن المؤسف جداً أن الكثير من المخطوطات العربية قد ضاع أو تاف عبر القرون بسبب الحروب والنزوات والحزن ، الامر الذي جعل قضية تاريخ العلوم الرياضية عند العرب امراً ليس بالهين اليسير .

ولقد دار بخليدي ان أقدم دراسة لأحد الرياضيين العرب ممن كانت له فرصة التجوال والاطلاع على الآثار العلمية لمن سبقه من علماء العرب ، ومن ثم فقد يكون من الممكن ان ننقل عنه صورة دقيقة لما وصلت اليه علوم الحساب والجبر والمقابلة وأعمال المساحة قرب نهاية الحضارة العربية التي امتدت زهاء ثمانية قرون ، وبمسد درس وتقيب وتمحيص استقر رأيي على ان اقوم بتحقيق آثار الشيخ بهاء الدين العاملي في الرياضيات ، فالشيخ من علماء النصف الثاني من القرن السادس عشر واولائل القرن السابع عشر ، وقد عرف عنه شغفه الشديد بالعلم وتعدد أسفاره، التي استمرت ثلاثين عاماً ، جاب خلالها المنطقة الممتدة من مصر جنوباً وغرباً حتى اصفهان شمالاً وشرقاً ، ولا بد ان يكون الشيخ العاملي قد اطلع في اسفاره هذه على كتب المتقدمين ، ومنها ما قد يكون ضل طريقه اليها ، وقد وجدت ان العاملي قد ألف كتاباً لخص فيه الحساب والجبر واعمال المساحة على عصره ، وقدم هذه المعلومات في صورة مرتبة كل الترتيب واضحة كل الوضوح ، وشاءت الصدفة الحسنة ان اعثر على ست مخطوطات لكتابه هذا المسمى . « خلاصة الحساب » في مكتبات مدينة حلب الشهباء اثناء تواجدي بها أسناده معاراً لجامعتها ، فعقدت العزم على تحقيق هذا الكتاب للعاملي لا سيما وانني لم أجيد في

فهارس معهد المخطوطات العربية بالقاهرة ما يدل على وجود مخطوط او مصور لهذا الكتاب ضمن مقتنياته .

هذا وقد تبين لي اثناء التحقيق ان الكتاب قد خُص بعناية ودقة - الطرق الحسابية والجبرية المعروفة على عهده ، وأورد العديد من الامثلة ، وبين انواع المعادلات وطرائق حلها ، كذا المسائل المستعصية الحل ، كما قدم عدة قواعد وفوائد لتسهيل أعمال الحاسب ، ونحن لم نعرض لهذا التحقيق ظناً منا أننا نعرض لفضل العاملي في الرياضيات ، وانما تقدم الكتاب باعتباره عرضاً في المقام الاول - لعلوم الحساب والجبر والمساحة ومفاهيم العلماء العرب وطرائقهم فيها في القرن الاخير من الحضارة العربية . بهذا المضمون اقبلنا على هذه المهمة مفضلينها على ان نكتب من عندنا تاريخاً للعلوم الرياضية عند العرب ، وذلك حتى يتم تحقيق ونشر الجانب الاكبر من المخطوطات العربية في هذا المجال ، فتكون كناية التاريخ عن المصادر العربية الاصيلية لا عن آراء واجتهادات متفرقة من الشرق والغرب .

وقد وجدنا انما للفائدة ان نعرض بالدراسة للمسائل الحسابية والجبرية المتنوعة التي ساقها الشيخ بهاء الدين العاملي في كتاب آخر له يعرف بكتاب « الكشكول » ، الفه اثناء تواجده بمصر ، فقد مناهها مشروحة وذلك بعد انتهاء تحقيقنا لكتاب « خلاصة في الحساب والجبر والمقابلة » وكان بوجدنا ان نحصل على نسخة من مخطوط أشار اليه العاملي في كتابه هذا وسماه « بحر الحساب » وهو كتاب كان يؤلفه العاملي ويأمل ان يوفقه الله لاتمامه ، إلا انه لا يبدو ان ذلك قد تحقق له .

أرجو بهذه الدراسة العلمية أن اكون قد وفقت في تقديم صورة واضحة - على لسان أحد علمائنا المتأخرين - لمعارف العرب في الحساب والجبر والمساحة قبل ان تأخذ اوروبا بزمام المبادرة في مجال الرياضيات .

والله ولي التوفيق

جلال شوقي

حلب في ٩ ايلول (سبتمبر) ١٩٧٤

محمّد يوسف الدويهي



## المحتويات

٧	مقدمة
٩	بهاء الدين العاملي
	القسم الاول
١٣	كتاب « الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »
١٥	مخططات كتاب « خلاصة الحساب »
٢١	مخططات مكثبات حلب
٢٩	محتويات كتاب « خلاصة الحساب » :
٣٤	الباب الأول : في حساب الصحاح .
٦٣	الباب الثاني : في حساب الكسور .
٧١	الباب الثالث : في استخراج المجهولات بالأربعة التناسبة .
٧٥	الباب الرابع : في استخراج المجهولات بحساب الخطأين .
٧٩	الباب الخامس : في استخراج المجهولات بالعمل بالعكس .
٨١	الباب السادس : في المساحة .
	الباب السابع : فيما يتبع المساحات من وزن الأرض لاجراء القنوات ،
٨٩	ومعرفة ارتفاع المرتفعات ، وعرض الانهار ، وأعماق الآبار
١٠٠	الباب الثامن : في استخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة
	الباب التاسع : في قواعد شريفة وفوائد لطيفة لا بد للحاسب منها ، ولا غنى له عنها .
	( ونشمل جمع المتواليات الحسابية ، وجمع المربعات كذا
	المكعبات المتوالية ، وضرب وقسمة الجذور ، وقاعدة لحساب
١١٧	العدد الثام ، وقاعدة فرق المقدارين المربعين . )
	الباب العاشر : في مسائل متفرقة بطرق مختلفة ( وتشمل مسائل في
١٣١	استخراج المجهولات بطرق حسابية ، وطرق جبرية . )

( وتشمل سبعة من المسائل الصعبة أو المستحيلة الآن ، منها  
معادلات من الدرجتين الثالثة والرابعة ، ومسألتان مستحيلتان  
الحل عرفتا فيما بعد بنظرية فيرما . )

تذنيب ( قصة الفرما ) .

ملحق للرسالة قاعدة في تقسيم الفرما

### القسم الثاني

مسائل الحساب والجبر والمساحة الواردة في كتاب «الكشكول» للعالملي :

(١) خواص الأعداد ، وجمع المتواليات

(٢) مسائل في علم الحساب (وتشمل المضمرات ، والتباديل والتوافق)

(٣) مسائل في الجبر والمقابلة

(٤) مسائل في أعمال المساحة

خلاصة

فهرس الأشكال

فهرس الأعلام

هنا يوسف (البرقي)

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## (١) بهاء الدين العاملي

( ٩٥٣ - ١٠٣١ هـ ) ( ١٥٤٧ - ١٦٢٢ م )

هو محمد بن حسين بن عبد الصمد الملقب بهاء الدين الحارثي العاملي الجبمي الهمداني ، ولد ببعلبك (٢) عند غروب شمس يوم الاربعاء لثلاثة عشر بقين من ذى الحجة سنة ثلاث وخمسين وتسماية ، وانتقل به أبوه الى بلاد العجم ، حيث نهل من مناهل العلم ، ثم أخذ في السباحة فتنقلت به الاسفار الى أن وصل الى أصفهان ، وجاب بلاداً كثيرة فدخل مصر ، ثم قدم القدس ولزم فناء المسجد الأقصى الشريف ، ثم أطلع الى حلب قبل أن يرجع الى اصفهان حيث وفاته لاثنتي عشرة خلون من شوال سنة إحدى وثلاثين والف ، ونقل الى طوس حيث دفن فيها بجوار « الامام رضا » .

ولقد الحارثي نسبة الى حرث وهمذان قبيلة ، أما لقب العاملي فهو نسبة الى جبل عامل أو بني عاملة بالشام ( حالياً بلبنان ) .

تنسب الى الشيخ بهاء الدين العاملي مؤلفات كثيرة وجلييلة ، منها تفسير المسمى بالعروة الوثقى والصرائط المستقيم ، والتفسير المسمى بعين الحياة ، والتفسير المسمى بالجبيل المتين في مزايا القرآن المبين ، ومشرق الشمسين واكسير السعادتين ، وحاشية على أنوار التنزيل ، وتفسير وجيز ، ورسالة في وحدة الوجود ، ومفتاح الفلاح ، وزبدة الاصول ، وأربعون حديثاً ، ودراية الحديث أو الرسالة الوجيزة ، والجامع العباسي ( فارسي ) ، والحديقة الهلالية ، والرسالة الاثنا عشرية ، وهداية الامة الى احكام الأئمة ، وحديقة السالكين ، وله في مجال اللنة والادب الفوائد الصمدية في علم العربية ، وأسرار البلاغة ، وتهذيب النحو ، والخلاصة ، والكشكول ،

---

(١) عن ترجمة أوردتها الشيخ احمد بن علي الشهير بالبني ( المتوفي سنة ١١٥١ هـ ) في صدر شرحه لقصيدة الشيخ بهاء الدين العاملي في مدح صاحب الزمان السيد محمد المهدي - كتاب الكشكول العاملي - طبعة المطبعة العامرة الشرفية ( مطبعة الشيخ شرف موسي ) بخان أبي طاقية بصر سنة ١٣٠٢ هـ ( ١٨٨٥ م ) ، الصفحات ٣٦٧ حتى ٣٧٠ ، كذا كتاب « تاريخ الادب العربي » لكارل بروككن ، طبعة ليدن سنة ١٩٤٣ . ( ليدن )

(٢) يقول ابن معصوم بولادته ببعلبك ، بينما ينص الطالوي على ولادته بقزوين .

وبعض القصائد ، ومنظومة في الموعظة ، وتهذيب البيان ، وفنطومة وسيلة الفوز ، وتوضيح المقاصد في شرح القصيدة الذهبية .

لقد تعدت مصنفات عالمنا الموسوعي الشيخ بهاء الدين العاملي الحسين مصنفاً ما بين كتاب ورسالة ومقال ، ولم يقتصر نشاطه الفكري على علوم الدين والادب واللغة ، وانما تعدى ذلك إلى مجال العلوم حيث نجد له مؤلفات قيمة في الرياضيات والفلك منها :

- (١) خلاصة الحساب ( المسمى البهائية ) .
- (٢) بحر الحساب ( وهو كتاب أشار اليه العاملي في عدة مواضع من « خلاصة الحساب » ، ووصفه بكتابه الكبير ، ونحني ان يتمه بعون الله وتوفيقه ، ويبدو أن هذه الامنية لم تتحقق له ) .
- (٣) رسالة في الجبر والمقابلة .
- (٤) تشريح الافلاك .
- (٥) الرسالة الخاتمية في الاسطرلاب .
- (٦) رسالة الصفيحة ( أو الصفحة ) . ( عن الاسطرلاب )
- (٧) رسالة « جهانغا » . ( عن الاسطرلاب )
- (٨) رسالة في تحقيق جهة القبلة .
- (٩) الملخص في الهيئة .
- (١٠) رسالة كرية ( عن الكرة )

تناول هنا بالدراسة - من كتب العاملي - « خلاصة الحساب » فنقدم تحقيقاً نفيظاً وعامياً له ، مع شروح وتحليلات رياضية لما احتواه هذا الكتاب من حساب وجبر ومقابلة ومساحة ، مستعيتين في ذلك بالخطوط الستة الموجودة بمدينة حلب الشهباء ، كما أننا رجعنا الى كتاب العاملي المسمى « الكشكول » لدراسة ما جاء فيه من قواعد ومسائل متفرقة في الرياضيات .

# رَفِيسٌ لِلدُّوَلِ

كتاب

« الخوض في علم الحساب والجبر والمقابلة »

أو

« خوض في الحساب »

للشيخ بهاء الدين محمد بن حسين العاملي



# مخطوطات كتاب [فهرسة الحساب] (البرهانية)

لبهاء الدين الماملي

تحتفظ خزانات الكتب في العالم - شرقية وغربية - بالعديد من مخطوطات هذا الكتاب القيم ، حيث يوجد أكثر من أربعين مخطوطاً منه ، فضلاً عن شروحه التي تعدت العشرين مخطوطاً ، وقد طبع الكتاب ثلاث مرات ، كما صدرت له ثلاث ترجمات إلى اللغات الفارسية الفارسية والالمانية والفرنسية ، بيد أنه لم ينشر في العالم العربي قبل اليوم ، ويدل العدد الضخم من النسخ الخطية لهذا الكتاب على أهميته وسعة انتشاره وبالتالي كثرة الأخذ عنه ، حيث أنه يقدم صورة متكاملة ومرتبطة لحالة المعارف الرياضية عند العرب في أواخر القرن السادس عشر الميلادي ، ويشهد الشروح العديدة للكتاب على عظم الاهتمام به ، ونين فيما يلي أهم مخطوطات الكتاب وشروحه الموجودة في خزانات الكتب العامة في العالم .

## (١) المخطوطات الموجودة في الوطن العربي

- (١) مخطوط المكتبة الخلدية بالقدس .
- (٢) مخطوطات الموصل ( عن كتاب « مختارات الموصل » لداود الجلي الموصل ، بغداد عام ١٧٢٧م ) - أرقام : ٢٩/١٠٤ ، ٢١٦/٦٩ ، ٦٠/١١٣ ، ٦/١١٥/١٠٨ ، ٢٧١/١٣٧ ، ٢٠٥/١٦١ ، ١/١٤٠/١٧٩ ، ٢١٢ / ٦/٦٩ ، ٧٣ ، ٢٤١ / ٢٤٩ ، ٢٨٧/٢٤٢ ، ٢/١٦/٢٨٨ ، ١/١٥٠/٢٧٤ .
- (٣) مخطوطا مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ٩١٢ ، ١٧٧٣ .
- (٤) مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .
- (٥) مخطوط المكتبة المولوية بحلب - رقم ٧٥٣ .
- (٦) مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ احمد الصديق بحلب - رقم ١٥٩،٦٦ .
- (٧) مخطوطا دار الكتب المصرية بالقاهرة : فهرست الكتب العربية المحفوظة بالكتبخانة الخديوية المصرية - المجلد الخامس ، رقم ١٨٠ - المجلد السابع ، رقم ٨٩ .
- (٨) مخطوط الخزانة الآلوسيه - مكتب المتحف العراقي ببغداد - رقم ٨٧٩٢ .

## (٢) المخطوطات الموحدة في آسيا وتركيا

- (١) مخطوطات المجلس الوطني بطهران - رقم ٢/٣٩٨ ، ١٢٧٥ ، ١٣١٩ .
- (٢) مخطوط مكتبة الشهيد - رقم ٤/٥١/١٨/١٧ .
- (٣) مخطوط مكتبة تبريز - رقم ١٢٧٦ .
- (٤) مخطوط مكتبة آصفهان - رقم ٦٩/٧٩٦/١ .
- (٥) مخطوط مكتبة كيف - رقم ٩٣ .
- (٦) مخطوط مكتبة الجامعة الإسلامية - عليجرو - رقم ٢/١٢٠ .
- (٧) مخطوط مكتبة يشاور - رقم ١٧٤٧ .
- (٨) مخطوط المكتبة العامة - رامبور - رقم ٢٨١/٤١٣ ب .
- (٩) مخطوط مكتبة بوهار - رقم ٣٥٢ .
- ( ) ( طبع في كلكتا عام ١٨١٢ م ) .
- (١٠) مخطوط المكتبة الشرقية العامة - بنكيور - رقم ٢١٩ .
- (١١) مخطوط مكتبة حاجي سليم أغا باستانبول - رقم ٧٢٩ ،  
كذا مجموع ١٢٧٦ .

## (٣) المخطوطات الموجودة في أوروبا وأمريكا

- (١) مخطوط المتحف البريطاني بلندن - رقم ٢/١٣٤٥ .
- (٢) مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٧٥٨ .
- (٣) مخطوط مكتبة جامعة كامبردج - ملحق براون رقم ٤٣٧ .
- (٤) مخطوط المكتبة الملكية ببرلين العربية - كتالوج الواردات رقم ٥٩٩٨ .
- (٥) مخطوط مكتبة جوتنجن بألمانيا الغربية - رقم ٦٨ .
- (٦) مخطوط مكتبة الفاتيكان - رقم : روسياني ١٠١٣ .
- (٧) مخطوط جامعه برنستون بأمريكا - رقم ١٦٣ .
- (٨) مخطوطات المكتبة العامة بطرسبرج ( لينينجراد ) : كتالوج عام ١٨٥٢م - رقم ٢٤٣ ،  
كتالوج روزن - رقم ١٩٢٦/ب ، كتالوج كراتشكوفسكي - رقم ٩٢٩ ،  
مجموعة بخاري - رقم ٤١٩ .



(٤) شروح الكتاب .

- (١) بهاء الدين العاملي ( المنصف نفسه ) : شرح الباب الثامن .  
مخطوط المتحف البريطاني بلندن - رقم : ملحق ٧/٧٦٥ .
- (٢) عصمت الله بن أعظم بن عبدالرسول سهارنيوري .  
( أتم الشرح حوالي عام ١٠٨٦ هـ = ١٦٧٥ م ) .  
مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٦٠/٧٥٩ .  
مخطوط مكتبة الجامعة الإسلامية بعليجرة - رقم ١/١٢٠ .  
مخطوط المكتبة العامة برامبور - رقم ٥٠/٤١٦/١ .  
طبع الشرح في كلكتا بالهند عام ١٨٢٩ م .
- (٣) رمضان بن حرية الجزائري القادري :  
أتم شرحه عام ١٠٩٢ هـ ( ١٦٨١ م ) .  
مخطوط دار الكتب المصرية بالقاهرة : فهرست الكتب العريضة المحفوظة بالكتبخانة  
الخديوية المصرية ، المجلد السادس - رقم ١٨٠ .  
مخطوط المكتبة الشرقية لجامعة القديس يوسف بيروت - رقم ٢٤٠ .  
مخطوط مكتبة سليم آغا باستانبول - رقم ٦٣٤ -  
مخطوطا مكتبة بشاور - رقم ١٦٩٤ ، ١٧٣٥ .  
مخطوط المكتبة العامة برامبور - رقم ٩/٢٨/٤٢٧/١ .  
مخطوط المكتبة العامة بطرسبرج ( لينينجراد ) - كاتالوج كراتشكوفسكي رقم ٩٢٩ .
- (٤) حاجي حسين :

- مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٧٦٢ .
- (٥) شمس الدين علي الخلخالي :  
مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٧٦٣ .  
مخطوط مكتبة حجرن ريلاندز بمانشستر - رقم ٣٥٥ .  
مخطوط مكتبة بشاور - رقم ١٧٦٦ .  
مخطوط مكتب م . حسين حيدر آباد ( مجلة الجمعية الآسيوية الملكية - عام ١٩١٧ -  
العدد ٢٢٥ - صفحة ( ١٠٩ ) .

(٦) جواد بن سمعذ بن جواد :

- مخطوط المتحف البريطاني بلندن - رقم : شقيقات ٦٢٨٠ .
- مخطوط المكتبة العامة بيطرسبرج ( لينينجراد ) - كتالوج مجموعة بخارى رقم ٤٢٠ .
- مطبوع بالمجلس الوطني بظهران = رقم ١٢٧٣ .

(٧) عمر بن احمد المائي الشلي :

- مخطوط مكتبة خامعة لينزج - رقم ٨/٨٨٣ .
- مخطوط المكتبة العامة بميونخ - مجموعة جلازر رقم ٨٥١ .
- المكتبة الملكية ببرلين الغربية - كتالوج الواردت رقم ٥٣٠١ .
- مخطوط مكتبة قوله بتركيا - رقم ٢٦٤/٢ .

(٨) مير حسين الميدي اليزدي :

- مخطوط مكتبة المشهد - رقم ١٢٤/٤٠/١٧ .

(٩) لطف الله المهندس اللاهوري :

- مخطوط المكتبة العامة - رامبور - رقم ٧٥/٤١٦/١ .

(١٠) شمس الدين على الحسيني :

- مخطوط المكتبة العامة - رامبور - رقم ٧٥/٤١٦/١ .

(١١) عبدالباسط بن رستم احمد بن على اصغر القنوجي :

- مخطوط المكتبة العامة - رامبور - رقم ١ / ٤٧ .

(١٢) سليمان بن أبي الفتح كشميري :

كتاب « الباب » .

(١٣) عبدالرحمن بن أبي بكر المرعشي :

- مخطوط مكتبة قوله - رقم ٢٦٤/٢ .

(١٤) رمضان بن أبي هريرة الجزري القابري :

« حل الخلاصة لاهل الرياسة »

- مخطوط الخزانة الآلوسية - مكتبة المتحف العراقي ببغداد - رقم ٨٥٥٨ .

الكتب المطبوعة :

- (١) طبعة استانبول - ليتو جلستان ، عام ١٢٦٨ هـ .

(٢) طبعة كشمير ، عام ١٢٨٥ هـ ، عام ١٢٩٩ .

(٣) طبعة كلكتا بالهند ( مع شروح ) ، عام ١٨١٢ م .

#### ترجمات الكتاب :

(١) ترجمة فارسية بالمتحف البريطاني بلندن : المجموعة الفارسية ٢ ، رقم ٤٥٠ آ .

(٢) ترجمة المانية بقلم تسلمان بيرلين عام ١٨٤٣ م .

(٣) ترجمة فرنسية بقلم المستشرق أ . ماير يباريس عام ١٨٤٦ م .

#### مخطوطات مكتبات حلب:

تتوفر في مكتبات حلب ست مخطوطات لكتاب « خلاصة الحساب » ، نبيها فيما يلي :

(١) « الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »

مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية - رقم ١٧٧٣ .

ويقع في ٥٥ صفحة - مقاس :  $20.5 \times 10.5$  سم .

( راجع الاشكال ١ - ٣ ، ٧ - ٢٠ ) .

(٢) « خلاصة الحساب » :

مخطوط المكتبة المولوية - رقم ٧٥٣ .

ويقع متن الكتاب في ٦٣ صفحة ، ثم يلي ذلك شروح له حتى صفحة ٧١ - مقاس

المخطوط :  $21 \times 10$  سم .

( راجع شكل ٤ ) .

( ٣ ) « خلاصة الحساب »

مخطوط المكتبة الأحمدية - رقم ١٢٥٣ .

ويقع في ٥٥ صفحة - قطع ربع :  $21 \times 16$  سم .

فرع من نسخة سنة ١٠٩٠ هـ .

( راجع الاشكال ٥ ، ٦ ، ١٦ ، ١٨ ) .

( ٤ ) « خلاصة في علم الحساب »

مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية - رقم ٩١٢ .

نسخة حسن بن جمال الدين الحلبي الدير كوشي سنة ١٠٨٦ هـ .

مقاس المخطوط  $21 \times 16$  سم .

( ٥ ) « خلاصة الحساب »

- مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ أحمد الصديق - رقم ١٥٩ .  
ويشتمل على شرح حسين بن غياث الدين منصور اليزدى .  
فرغ من نسخة سنة ١١١٧ هـ - مقاس المخطوط ؛ ٢٠ / ١٣ سم .

( ٦ ) « خلاصة الحساب »

- مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ أحمد الصديق - رقم ٦٦ .  
نسخة محمد سليمان الريحاني سنة ١١٣٢ هـ - مقاس المخطوط :

٢٠ × ١٥ سم

هذا ولما كانت المخطوطات الثلاث الأولى هي أوضح هذه النسخ وأجودها وأكملها ،  
فقد تم تحقيق هذا الكتاب من واقعها مع مقابلة هذه النسخ الثلاث مع بعضها البعض وإثبات  
أهم الفروقات بينها في الحاشية ، مستعملين في التحقيق علامات الترقيم والرسم المصري للحروف ،  
وذلك حتى يكون النص واضحاً كل الوضوح لقارئ اليوم .



تو که در روزگار کسب و کار  
بسیار از این دنیا بگذری  
ببینی که هر چه در این دنیا  
است همه در این دنیا بگذری  
و هر چه در این دنیا  
است همه در این دنیا بگذری  
و هر چه در این دنیا  
است همه در این دنیا بگذری

محکمات باہن لا یحیط بجمع نوحہ و دلائل اثباتیہ

قسمه الى اربعة طوائف ونصت في هي بيوت المية والاربع . واطل الى

والمصيبة الملهمة الأولى التي لهدى والسنه وجمعه

فقد رأت في الحجاب وبنه حبيبة وفتنة بنو بن

المقدمة بحساب علم يستعمل منه استخراج الجداول

الحمد لله الذي جعلنا من عباده المحسنين والحمد لله الذي جعلنا من عباده المحسنين

فصل في حساب سن الراسي وجسمه عام والحد والحد  
الحد والحد والحد والحد والحد والحد والحد والحد

بسم الله الرحمن الرحيم  
الحمد لله رب العالمين

فكره و هو ان له بعد دوان فاف من الدوان

لقد غفر مثنيك لمن عسر وانشأت في الايام والاعمال

۲۰۰۰

...

...

الصفحة الثانية من مخطوط مكتبة الأوقاف الإسلامية بحلب - ١٧٧٣ .











## محتويات كتاب

« الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »

أو « خلاصة الحساب »

### المقدمة

الباب الاول : من حساب الصحاح

الفصل الأول : في الجمع

الفصل الثاني : في التنصيف

الفصل الثالث : في التفريق

الفصل الرابع : في الضرب

الفصل الخامس : في القسمة

الفصل السادس : في استخراج الجذر

الباب الثاني : في حساب الكسور

المقدمة الأولى

المقدمة الثانية

المقدمة الثالثة : في التجنيس والرفع

الفصل الأول : في جمع الكسور وتضمينها

الفصل الثاني : في تنصيف الكسور وتفريقها

الفصل الثالث : في ضرب الكسور

الفصل الرابع : في قسمة الكسور

الفصل الخامس : في استخراج جذر الكسور

الفصل السادس : في تحويل الكسر من مخرج الى مخرج

الباب الثالث : في استخراج المجهولات بالاربعة المناسبة

الباب الرابع : في استخراج المجهولات بحساب الخطأين

الباب الخامس : في استخراج المجهولات بالعمل بالعكس

الباب السادس : في المساحة

## مقدمة

الفصل الاول : في مساحة السطوح المستقيمة الأضلاع

الفصل الثاني : في مساحة بقية السطوح

الفصل الثالث : في مساحة الاجسام

الباب السابع : فيما يتبع المساحات من وزن الارض لاجراء القنوات ، ومعرفة ارتفاع المرتفعات ، وعروض الانهار ، وأعماق الآبار .

الفصل الاول : في الارض لاجراء القنوات

الفصل الثاني : في معرفة ارتفاع المرتفعات

الفصل الثالث : في معرفة عروض الانهار وأعماق الآبار

الباب الثامن : في استخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة

الفصل الاول : في المقدمات

الفصل الثاني : في المسائل الست الجبرية

الباب التاسع : في قواعد شريفة وفوائد لطيفة لا بد للحاسب منها ولا غنى له عنها

الباب العاشر : في مسائل متفرقة بطرق مختلفة

خاتمة

تذنيب

ملحق الرسالة : قاعدة في بيان تقسيم الغرماء

متن مخطوط

« الخلاصة في علم الحساب والخبر والمقابلة »

إبهاء الدين العا-لي

وبهامشه الشرح والتحليل العامى لضمونه



## بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نحمدك يا من لا يحيط بجميع نعمه عدد ، ولا ينهي تضاعف قسمه الى أمد ، ونصلي  
على سيدنا محمد النبي المجتبى ، وعدته لا سيما الاربعة المتناسبة اصحاب العباد .

أما بعد فإن الفقير إلى الله الغني بهاء الدين محمد بن الحسين<sup>(١)</sup> العاملي انطقه الله بالصواب  
في يوم الحساب ، يقول ان علم الحساب ، فلا يخفى علو شأنه وسمو مكانه ، ورشاقة مسأله  
ووثاقة دلائله ، لافتقار كثير من العلوم إليه ، وانعطاف جم غفير من المعاملات عليه ، وهذه  
رسالة حوت الالهم من اصوله ، ونظمت المههم من أبوابه وفصوله ، وتضمنت منه فوائد لطيفة  
هي خلاصة كتب المتقدمين ، وانطوت منه على قواعد شريفة هي زبدة رسائل المتأخرين ، سميتها  
خلاصة الحساب ، ورتبتها على مقدمة وعشرة<sup>(٢)</sup> أبواب .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : حسين .

(٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ - في المخطوط - ١٢٥٣ : عشر .

## المقدمة

الحساب علم يستعمل منه استخراج المجهولات العددية من معلومات مخصوصة ، وموضوعة العدد الحاصل في المادة كما قيل ، ومن ثمة عد الحساب من الرياضي وفيه كلام ، والعدد قيل كمية تطلق على الواحد وما تألف منه ، فيدخل فيه (١) الواحد، وقيل نصف مجموع حاشيته (٢) فيخرج ، وقد يتكلف لادراجه بشمول الحاشية الكسر ، والحق أنه ليس بعدد وإن تألف منه الاعداد كما أن الجوهر الفرد عند مثبتيه ليس بجسم وإن تألف منه الاجسام ، وهو إما مطلق فصحيح ، أو مضاف إلي ما يفرض واحداً فكسر ، وذلك الواحد مخرجه ، والمطلق إن كان له أحد الكسور التسعة ، أو جذر فمطلق وإلا فأصم ، والمنطق إن ساوي اجزائه فنام أو زاد عليها فزايد ، أو نقص عنها فنقص .

ومراقب العدد اصولها ثلاثة، آحاد وعشرات ومئات ، وفروعها ما عداها (٣) بما لا يتناهى ، وتعطف الى الاصول ، وقد وضع له حكماء الهند الارقام التسعة المشهورة :

٢ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

(١) ناقصة من المخطوطين ٧٥٣ - ١٧٧٣ . (٢) حاشيتا العدد هما العددان السابق له واللاحق له مباشرة .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح : في هذه المقدمة يتناول بهاء الدين العاملي بالتعريف علم الحساب ، كذا العدد من صحيح وكسر ، وتام وزايد ونقص ، فيبدأ بقضية الواحد وهل هو من العدد أو خارجه فإن عرف العدد بأنه نصف مجموع حاشيته ، بمعنى أنه القيمة المتوسطة للعددين السابق له واللاحق له على التسلسل الطبيعي ( كان يكون تعريف الاربعة بالوسط الحسابي للعددين ٣ ، ٥ ) فإن الواحد لا يدخل - حسب هذا التعريف - في العدد ، الا اذا كانت الحاشية تشمل الكسر ، فعندئذ يمكن تعريف الواحد على انه القيمة المتوسطة - لحاشيته وهما في هذه الحالة  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{1}{5}$  - علماً بأن العدد وحاشيته لا بد وأن يكونوا متوالية عديدة ذات تزايد ثابت .

يعرج العاملي بعد ذلك الى تقسيم العدد الى صحيح وكسر ، والكسور التسعة المذكورة



هي  $1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10$  ، وان كان للعدد جذر صحيح قيل عليه جذر منطوق ، وإن لم يكن صحيحاً سمي جذراً أصمّاً .

والعدد ان ساوى مجموع عوامله فهو تام ، فان زاد عليها أو نقص عنها أطلق عليه عدد زائد أو ناقص على التوالي ، مثال ذلك العدد ٦ ، فان عوامله هي : ١ ، ٢ ، ٣ بمعنى انه يقبل القسمة على أي منها ، ومجموع هذه العوامل  $1 + 2 + 3 = 6 =$  العدد ، ومن هنا جاءت تسميته بالتام ، اما في العدد ٤ مثلاً فعوامله ١ ، ٢ ومجموعها ٣ ، فيكون العدد ٤ عدداً زائداً ، وعلى العكس من ذلك إذا اخذنا العدد ١٨ مثلاً فعوامله هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ومجموعها ٢١ وبذلك يكون العدد ١٨ ناقصاً من مجموع عوامله فيوصف بأنه عدد ناقص .

ويختتم العاملي مقدمته بالاشارة الى مراتب العدد : آحادها وعشراتهما ومئاتها وما يملوها من المراتب ، والى ان العدد يتركب من الارقام التسعة المعروفة من الواحد الى التسعة ، اما الصفر فيعني خلاه المرتبة من أي من هذه الارقام التسعة .

## الباب الأول

### في حساب الصماح

زيادة عدد على آخر جمع ، ونقصه منه تفريق ، وتكريره مرة تضخيف ، ومراراً بمدة آحاد الآخر (١) ضرب ، وتجزيته بتساويين تنصيف ، وبمتساويات (٢) بمدة آحاد الآخر قسمة ، وتحصيل ما تألف من تريعه تجذير ، ولنورد هذه الاعمال في فصول .

#### الفصل الاول : في الجمع

ترسم العددين متجاذبين ، وتبدأ من اليمين، وتزيد (٣) كل مرتبة على محاذيها، فان حصل أقل من عشرة ترسم تحتها ، او ازيد فالزائد ، او عشرة فصفاً ، حافظاً في هاتين الصورتين للعشرة واحداً لتزيده على ما في المرتبة الثانية ، او ترسمه بجانب سابقه ان خلت ، وكل مرتبة لا يحاذيها عدد ، فانقلها بعينها الى سطر الجمع ، وهذه صورته (٤) .

$$\begin{array}{r} ٢٢٧٢ \\ ٤٣٣٠ \\ \hline ٦٦٠٢ \end{array} \quad \begin{array}{r} ٤٠٨٧٧ \\ ٣٠٢٨٣ \\ \hline ٧١١٦٠ \end{array} \quad \begin{array}{r} ٢٠٣٧٢ \\ ٠٧٦٥٦ \\ \hline ٢٨٠٢٨ \end{array}$$

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : وبمتساوية .

(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : زيادة .

(٤) في المخطوط ١٢٥٣ يكتب الصفر : ٥ ، والخمسة : ٨ .

شرح : يبدأ العالمى الباب الاول من كتابه بتعريف العمليات الحسابية البسيطة من جمع وتفريق ( وقد استعمل العرب كلمة التفريق بمعنى الطرح ) ، وضرب وتنصيف وقسمة ، وترييع ( ضرب العدد في نفسه ) ، وتجزير ( ايجاد العدد الذي اذا ضرب في نفسه كان العدد المعطى ) .

ويتناول المصنف في الفصل الاول عملية الجمع ، وهي على النحو الذي نعرفها عليه اليوم ، وعملية الجمع - كما نعلم - تبدأ من اليمين إلى اليسار ، بيد انه من الممكن ايضاً اجراء عملية الجمع من اليسار الى اليمين ، إلا ان ذلك يقتضي ان نثبت العشرة الزائدة من جمع

وان تكثر سطور الاعداد ، فارسمها متحاذاة المراتب ، وابدأ من اليمين حافظاً لكل عشرة واحداً لما عرفت ، وهذه صورته :

$$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 3 \ 7 \ 3 \\ - \ 2 \ 3 \ 1 \ 8 \\ \hline 9 \ 0 \ 8 \ 4 \ 3 \\ 9 \ 8 \ 0 \ 3 \ 4 \end{array}$$

واعلم ان التضعيف في الحقيقة<sup>(١)</sup> جمع المثلين ، إلا انك لا تحتاج الى رسم المثل ، بل تجمع كل مرتبة من يمينها الى مثلها ، كأنه بجذائها ، وهذه صورته :

المدين في السطر التالي في مرتبة أعلى ( اي الى اليسار ) ، ونكتبها إما ١ او - ، ثم نجمع السطرين لنحصل على حصيلة عملية الجمع ، مثال ذلك ما يلي :

المطلوب جمع : ٦ ٣ ٢ ٥ ، ٧ ٨ ٩ ٤

$$\begin{array}{r} 6 \ 3 \ 2 \ 5 \\ 7 \ 8 \ 9 \ 4 \\ \hline 3 \ 1 \ 1 \ 9 \\ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 4 \ 2 \ 1 \ 9 \end{array}$$

فبالعمل من اليسار الى اليمين نبدأ بجمع ٦ ، ٧ فتكون النتيجة ١٣ ، نضع ٣ تحت ٧ ويوضع ١ في السطر التالي وفي مرتبة العشرات بالنسبة الى ٣ ( اي الى يسارها ) ، ويمكن استبدال الواحد بشرطة لجرد الدلالة على وجود واحد في تلك المرتبة ، ومن الواضح ان هذه الطريقة لا تكلف الذهن بتذكر اي محفوظ أذ ان كل عملية جمع عددين ( بصرف النظر عن اتجاه الجمع يميناً او يساراً ) تسجل عموماً على سطرين ، وهي طريقة يمكن بها تجنب الخطأ في الجمع ، وما احرانا ان تتبع هذا الاسلوب في مدارسنا فهو افضل وأقل تعريضا للخطأ .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : في تحقيقه .



(١) شرح :

ميزان العدد :

يشير العامل هنا الى القاعدة الذهبية التي اتبعها العرب لتحقيق سلامة العملية الحسابية، وسموها بميزان العدد ، وتتلخص في الخطوات التالية :

نفرض اننا انهيينا عملية الجمع :

$$\begin{array}{r} ٩٧٤٣٥٦ \\ ٣٧٤٩٨٣ \\ \hline ١٣٤٩٣٣٩ \end{array}$$

والمطلوب التأكد من صحة ذلك .

١ - يعرف ميزان العدد بأنه ما يبقى من العدد بعد اسقاطه تسعة تسعة ، بمعنى اننا نجمع الارقام المكونة للعدد ، ونستبعد جميع التسعات الصحيحة منه ، فما يبقى بعد ذلك فهو ميزان العدد .

$$\begin{array}{r} ١٣٤٩٣٣٩ \text{ فبالنسبة لحاصل الجمع} \\ ٩ \quad ٩ \text{ واضح انه يشتمل على} \\ ٣ \quad ٣٣ \end{array}$$

وباستبعاد التسعات ، اي باسقاط العدد تسعة تسعة يبقى ٥ فيكون ميزان حاصل الجمع

هو ٥ .

٢ - نوجد ميزان كل من العددين المجموعين :

$$\begin{array}{r} ٩٧٤٣٥٦ \text{ فبالنسبة للعدد الاول} \\ ٩ \text{ باستبعاد :} \end{array}$$

$$٣ \quad ٦$$

اسقاط العدد تسعة تسعة

$$٤ \quad ٥$$

يكون الميزان : ٧

وبالنسبة للعدد الثاني :

$$٣٧٤٩٨٣$$

$$٩$$

باستبعاد :

$$(٢ \times ٩ = ١٨) \quad ٣ \quad ٤ \quad ٨ \quad ٣$$

$$٧$$

يكون الميزان :

٣ - تجري العملية الحسابية لميزاني العددين المعطيين

$$١٤ = ٧ + ٧$$

$$٣٧$$

وباسقاط هذا العدد تسعة تسعة يكون ميزان حاصل الجمع هو (٩-١٤) = ٥

وهو نفسه ميزان حاصل الجمع الذي حصلنا عليه في الخطوة الاولى .

فالعملية الحسابية إذن صحيحة .

ومن الممكن ترتيب عملية الجمع وتحقيقها بقاعدة ميزان العدد على الوجه التالي :

ميزان العدد

٢	٧	٢	٩	٦	٥
١	٩	٠	٢	٧	١
٧	٧	١	١	٠	٧
٨	٢	٠	٣	٦	٦
↓					

ميزان حاصل الجمع صفر → ٢ ٥ ٤ ٧ ٠ ٩

هذا وتسري هذه « القاعدة الذهبية » على جميع العمليات البسيطة من جمع وطرح وضرب وقسمة ( حيث يمكن تحويلها الى صورة الضرب ) ، وقد عرفت في القرب بتسمية

. Golden Rule

## الفصل الثاني : في التصنيف

تبدأ من اليسار وتضع نصف كل تحته ان كان زوجاً ، والصحيح من نصفه ان كان فرداً حافظاً للكسر خمسة لتزيدها على نصف ما في المرتبة السابقة ان كان فيها عدد غير الواحد وان كان واحداً او صفراً ، وضعت الخمسة تحته ، فان انتهت المراتب وممك كسر ، فضع له صورة النصف هكذا :

صورة التصنيف من اليسار :

$$\begin{array}{r} ٨٧٣٠٣١٣ \\ \hline ٤٣٦٥١٥٦ | ٥ \end{array}$$

ولاك ان تبدأ من اليمين راسماً للجدول على هذه الصورة :

$$\begin{array}{r} ٣٦٥٤ \\ \hline ١٣٢٢ \\ \hline - \quad - \\ ٨ \quad ٧ \\ \hline ١٨٢٧ \end{array}$$

والامتحان بتصنيف ميزان النصف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فان خالف ميزان النصف فالعمل خطأ .

---

شرح : يعرض بهاء الدين العاملي في هذا الفصل لطريقة التصنيف بادئاً اما من اليسار وأما من اليمين ، وطريقة التصنيف يدهاً من اليسار هي نفسها الطريقة التي تتبعها اليوم ، ولذا فانها في غير حاجة لمزيد من شرح ، اما طريقة التصنيف من اليمين ، فيقسم كل رقم على ٢ ويوضع الباقي الصحيح تحت الرقم الجاري تصنيفه ، أما الباقي وهو ١/٢ او ٥/١٠ فيبين أما بفلامه (-) او (٥) في السطر التالي وفي مرتبة واحدة اقل وهي تعني ٥/١٠

المقسوم عليه  
٢

المقسوم  
٧ ٢ ٤

مثال ذلك :

تنصيف الرقم الاول : ٢

« الثاني : ١

« الثالث : ٣

$$\begin{array}{r} \text{العلامة } (-) = 0 \\ - \\ 362 \end{array}$$

ناتج القسمة :

ويمكن التحقق من نتيجة عملية التنصيف كما يلي :

$$362 = \frac{724}{2}$$

$$362 \times 2 = 724 \quad \text{أو}$$

معادلة موازن الاعداد  $\frac{724}{2} = 362 \times 2 = \frac{724}{2}$  فالعمل صحيح

ميزان المصف = تضيف ميزان النصف = ميزان المجتمع .

وهو ما جاء بمتن المخطوط : « والامتحان بتضيف ميزان النصف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فان خالف ميزان النصف ، فالعمل خطأ » .



## الفصل الثالث : في التفريق

تضمهما كما مر وتبدأ من اليمين ، وتنقص كل صورة من محاذيها ، وتضع الباقي تحت الخط العرضي ، فإن لم يبق شيء فصفرأ ، وإن تعذر النقصان منه (١) أخذت الواحد (٢) من عشراته ، ونقصت منه ، ورسمت الباقي ، فإن خلت عشراته أخذته من مئاته ، وهو عشرة بالنسبة الى عشراته ، فضع فيها منه تسعة ، وأعمل بالواحد لما عرفت ، وتتم العمل هكذا

منقوص منه	٩ ٠ ٧ ٣ ٥ ٠ ٦
منقوص	٢ ٩ ٠ ٠ ٩ ٥ ٨
الباقي من المنقوص منه	٦ ١ ٧ ٢ ٥ ٤ ٨

ولك الابتداء من اليسار هكذا .

منقوص منه	٩ ٢ ٦ ٣
منقوص	٦ ٢ ٨ ٤
	٣ ٠ ٨ ٩

- -
٢ ٩ ٧
٢ ٩ ٧ ٩

والامتحان بنقصان ميزان المنقوص من ميزان النقص منه ان امكن ، والا زيد عليه تسعة وتنقص ، فالباقي ان خالف ميزان الباقي ، فالعمل خطأ .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ . واحداً .  
شرح : في هذا الفصل بين العاملي كيفية اجراء عملية الطرح (ويعبر عنها هنا بالتفريق) سواء بالابتداء من اليمين أو من اليسار ، ونكتفي هنا ببيان الصورة الأخيرة :

ميزان العدد

٤	٨ ٦ ٩ ٥ ٣	: المطروح منه
٢	٦ ٧ ٦ ٨ ٢ -	: المطروح
	٢ ٩ ٣ ٧ ١	
	١ ١	(مطروح)
٢	١ ٧ ٢ ٧ ١	: فاتح الطرح

يعبر عنها في المخطوط بالملاقة (-)

ففي المثال نبدأ من اليسار فيكون حاصل طرح ٦ من ٨ العدد ٢ الذي يكتب تحتهما ، تم  
تتقدم يمينا فنجد ٦ منقوص منها ٧ ، وبالتالي تزيد عشرة الى الستة فتصبح ١٦ وتطرح منها ٧  
فيكون الناتج ٩ ، وتكتب تحت السبعة . ولما كنا قد زدنا عشرة لبتمكن من اجراء الطرح  
الجزئي فلا بد من طرح عشرة ليستقيم العمل ، ولذلك نضع في السطر التالي ١ ( أو العلامة  
– بنفس المعنى ) في مرتبة أعلى ، على ان يجري طرحها في العملية التالية ، وهكذا بالنسبة  
لبقية عمليات الطرح الجزئية .

ويمكن التحقق من صحة العملية على أساس قاعدة ميزان العدد :

( ميزان المطروح منه - ميزان المطروح ) = ميزان ناتج الطرح

## الفصل الرابع : في الضرب

وهو تحصيل عدد نسبة احد المضروبين اليه كنسبة الواحد الى المضروب الآخر ، ومن هذا يعلم ان الواحد لا تأثير له في الضرب ، وهو ثلاثة : مفرد في مفرد ، أو في مركب أو مركب في مركب : والاول اما آحاد في آحاد او في غيرها ، أو غيرها في غيرها .

أما الاول فهذا الشكل متكفل به ، وأما الاخيران فرد فيها غير الآحاد الي سميها منها ، واضرب الآحاد في الآحاد ، واحفظ الحاصل ، ثم اجمع مراتب المضروبين ، وابسط المجتمع من جنس متلو المرتبة الاخيرة ، ففى ضرب الثلاثين في الاربعين تبسط الاثني عشر بمئات اذ المراتب أربع ، والثالثة مرتبة المئات ، وفي ضرب الاربعين في خمسين تبسط العشرين ألوفاً ، إذ المراتب خمس ، وأما الثاني والثالث فاذا حل المركب الى مفرداته رجع الى الاول ، فاضرب المفردات بعضها في بعض واجمع الحواحل .

والضرب قواعد لطيفة تعين على استخراج مطالب شريفة :

قاعدة فيما بين الخمسة والعشرة :

تبسط أحد المضربين عشرات وتنقص من الحاصل مضروبة في فضل العشرة على المضروب الآخر .

---

شرح : في هذا الفصل يشرح العامل طريقة الضرب مبيناً مراتب المضروبين ، وهي نفس الطريقة التي نستعملها اليوم ، ويقدم العامل جدولاً لضرب الأعداد المفردة ( من الواحد الى التسعة ) بعضها في بعض : وبالإضافة الى بيان للطريقة العامة لضرب عدد مركب في عدد مركب آخر ، فانه يعرض بعض القواعد الخاصة لتسهيل عملية الضرب .

ففي القاعدة الأولى التي تختص بضرب أعداد بين ٥ ، ١٠ في بعضها البعض ، تضرب أحد العددين في عشرة ، ثم تطرح من الحاصل مضروب نفس العدد في الفرق بين العشرة والعدد الثاني .

مثال ذلك ٨ × ٩

ويمكن وضعها على الصورة : ٩ ( ١٠ - ٢ ) = ٩٠ - ٢ × ٩

$$= ٧٢$$

							١	٢
						٣	٤	٥
				٤	٩	٦	٣	٢
		٥	١٦	١٢	٨	٤	٣	٢
	٦	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٤	٣
٧	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦	٥	٤
٨	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧	٦
٩	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨
٨	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩

أما القاعدة الأخرى ( لضرب الأرقام بين خمسة والعشرة ) فتحدد الخطوات كالتالي :

- ١ - اجمع الرقمين المطلوب ضربهما في بعضهما البعض .
- ٢ - من حاصل الجمع خذ رقم الآحاد واضربه في عشرة .
- ٣ - ثم اجمع عليه حاصل ضرب فرق كل من الرقمين عن العشرة .

مثال ذلك  $٨ \times ٧$

الخطوة الأولى :  $٨ + ٧ = ١٥$

الخطوة الثانية : مايزيد عن العشرة هو ٥

نسب ما فوق العشرة عشرات : أي  $٥ \times ١٠$

الخطوة الثالثة :  $٥ \times ١٠ + ( ٨ - ١٠ ) ( ٧ - ١٠ )$

$$٥٦ = ٣ \times ٢ + ٥٠ =$$

مثالها : ثمانية في تسعة .

نقصنا من التسعين مضروب التسعة في الاثنى عشر ، بقى اثنان وسبعون .

قاعدة أخرى

تجمع المضربين ، وتبسط ما فوق العشرة عشرات ، وتزيد على الحاصل مضروب فضل العشرة على أحدهما في فضلها الآخر .

مثالها : ثمانية في سبعة .

زدنا على الخمسين مضروب الاثنى عشر في الثلاثة .

قاعدة في ضرب الآحاد فيما<sup>(١)</sup> بين العشرة والعشرين

تجمع المضروبين ، وتبسط الزائد على العشرة عشرات ، ثم تنقص من الحاصل مضروب ما بين المفرد والعشرة في الآحاد التي مع المركب .

مثالها : ثمانية في أربعة عشر .

نقصنا من المائة والعشرين مضروب الاثنى عشر في الاربعة .

قاعدة في ضرب ما بين العشرة والعشرين بعضها في بعض

تزيد آحاد أحدهما على مجموع الآخر ، وتبسط المجتمع عشرات ، ثم تضيف إليه مضروب الآحاد في الآحاد.

---

وهذه القاعدة سليمة تماماً ، ويمكن البرهنة عليها على الوجه التالي باستعمال الرمزين أ ، ب . للعددين المطلوب إيجاد حاصل ضربهما .

الخطوة الأولى: أ : ب

الخطوة الثانية:  $10 \times [10 - (أ + ب)]$

الخطوة الثالثة:  $(أ + ب) \times 10 + (أ - 10)(10 - ب)$

$= (أ + ب) \times 10 + (أ - 10)(10 - ب)$

وهو المطلوب

$= أ ب$

من الواضح أن هذه القاعدة ذات صفة عامة ، ويمكن تطبيقها على العددين أ ، ب أيما كانت قيمهما سواء تحت العشرة أو فوقها ، كل ما هنالك هو تغير إشارة القوسين ( ١٠ - أ ) ( ١٠ - ب ) أو أي منها حسب قيمة العددين أ ، ب .

(١) ناقصة في الخطوط ١٢٥٣

مثالها : ضرب (١) اثني عشر في ثلاثة عشر .  
زدنا (٢) على المائة والخمسين الستة (٣) .  
قاعدة

كل عدد يضرب في خمسة ، أو خمسين ، أو خمسمائة ، فابسط نصفه عشرات ، أو مئات ، أو ألوفاً ، وخذ للكسر نصف ما أخذت للصحيح .  
مثالها : ستة عشر في خمسة ، يحصل بعد العمل (٤) ثمانون .  
أو سبعة عشر في خمسين ، يحصل بعد العمل (٥) ثمان مائة وخمسون .  
( أو سبعة عشر في خمسمائة ، فالجواب ثمانية آلاف وخمسمائة ) (٦) .

قاعدة في ضرب ما بين العشرة والعشرين  
فما بين العشرة والمائة من المركبات  
تضرب آحاد أقلها في عدة تكرار العشرة ، وتزيد الحاصل على أكثرها ، وتبسط المجتمع عشرات ، وتزيد عليه مضروب الآحاد في الآحاد .  
مثالها : اثنا عشر في ستة وعشرين .  
زدت الأربعة على الستة والعشرين ، وبسطت الثلاثين عشرات ، و (٧) تمت العمل  
تحصل ثمانية وأثنا عشرة .

- 
- (١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٢) في المخطوط ٧٥٣ : زيادة .  
(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : ستة . (٤) في المخطوط ١٢٥٣ : الجواب .  
(٥) في المخطوط ١٢٥٣ : فالجواب . (٦) زائد في المخطوط ١٢٥٣ .  
(٧) في المخطوط ٧٥٣ : فإذا .

شرح : نوضح قاعدة ضرب ما بين العشرة والعشرين فيما بين العشرة والمائة من المركبات ،  
فنفرض العددين المطلوب إيجاد حاصل ضربهما :

$$(أ + ١٠) ، (ب + ١٠)$$

حيث أ ، ب آحاد العددين ، ج عدة تكرار العشرة في العدد الأكبر أي رقم العشرات فيه .  
فطبقاً للقاعدة التي يوردها العملي يكون حاصل الضرب

$$[ (أ + ١٠) \times ج + (ب + ١٠) \times ١٠ ] + أ \times ب$$

آحاد الأقل
أكثر العددين
بسط المجتمع
بضروب الآحاد في

في عدة تكرار العشرة
في عشرة
الآحاد

### قاعدة :

كل عدد يضرب في خمسة عشر ، أو في مائة وخمسين ، أو في ألف وخمسة مائة ، فزد عليه نصفه ، وابسط الحاصل عشرات أو مئات أو ألوفاً ، وخذ للكسر نصف ما أخذت للصحيح .

مثالها : أربعة وعشرون في خمسة عشر .

تحصل بعد العمل (١) ثلاثمائة وستون ، أو خمسة وعشرون في مائة وخمسين ، تحصل بعد العمل (١) ثلاثة آلاف وسبعمائة وخمسون .

### قاعدة في ضرب ما بين العشرين والمائة

ما تساوت عشراته بعضه في بعض

تزيد آحاد أحدهما على الآخر ، وتضرب المجتمع في عدة تكرار العشرة ، وتبسط الحاصل عشرات ، ثم تزيد عليه مضروب الآحاد في الآحاد .  
مثالها : ثلاثة وعشرون في خمسة وعشرين .

ضربت الثمانية والعشرين في اثنين ، وبسطت الستة والخمسين عشرات ، وتمت العمل (٢) حصل المطلوب (٣) ، هو (٣) خمسمائة وخمسة وسبعون .

$$= ( ١٠ \text{ أ } ١٠ + ١٠ \text{ ب } + ١٠٠ \text{ ج } + \text{ أ ب } )$$

وبإجراء عملية الضرب ( أ + ١٠ ) × ( ب + ١٠٠ ) بفك القوسين

$$\text{نحصل على : } ( \text{أ ب} + ١٠ \text{ أ } ١٠ + ١٠ \text{ ب} + ١٠٠ \text{ ج} )$$

وبالتالي فالقاعدة صحيحة .

ففي المثال : ١٢ × ٢٦

$$\text{حاصل الضرب} = ( ٢٦ + ٢ \times ٢ ) \times ١٠ + ٢ \times ٦$$

$$= ٣٠٠ + ١٢ = ٣١٢$$

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : الجواب . (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

في قاعدة ضرب ما بين العشرين والمائة ما تساوت عشراته بعضه في بعض نرمر للمددين المطلوب ضربها بالقوسين :

$$(أ + ١٠ ج) ، (ب + ١٠ ج)$$

حيث أ ، ب آحاد العددين ، ج عدة تكرار العشرة ( وهي متساوية في العددين )

فحسب القاعدة يكون حاصل ضرب العددين

$$(أ + ١٠ ج) \times (ب + ١٠ ج)$$

مساوياً لـ

$$[ (أ + ١٠ ج) + ب ] \times ج \times ١٠ + أ ب$$

ضرب المجتمع
بسط الحاصل
مضروب الآحاد
في عدة تكرار العشرة

آحاد أحد العددين مزاد
على العدد الآخر

$$= (أ ١٠ ج + ب ١٠ ج + ج ١٠٠ + أ ب)$$

وبإجراء عملية ضرب القوسين (أ + ١٠ ج) (ب + ١٠ ج) نحصل على نفس

النتيجة ، ومن ثم فالقاعدة صحيحة

ففي المثال : المطلوب إيجاد حاصل ضرب ٢٣ × ٢٥

$$: \text{الجواب} [ ٢٥ + ٣ ] \times ٢ \times ١٠ + ٥ \times ٣$$

$$= ٥٦٠ + ١٥ = ٥٧٥$$

قاعدة فيما يختلف عدة عشراتهما بين

العشرين والمائة

تضرب عدة عشرات الأقل في مجموع الأكثر ، وتزيد عليه مضروب آحاد الأقل في

عدة عشرات الأكثر ، وتبسط المجتمع عشرات ، وتضيف اليه مضروب الآحاد في الآحاد .

مثالها : ثلاثة وعشرون في أربعة وثلاثين .

فزد على الثمانية والستين تسعة ، واضف الي السبعماية والسبعين ، اثني عشر ، ( حصل

المطلوب (١) .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .



## قاعدة :

كل عددين متفاضلين ( أي غير متساويين )<sup>(١)</sup> نصف مجموعهما مفرد ، تجمعهما ، وتضرب نصف المجتمع في نفسه ، وتسقط من الحاصل مضروب نصف التفاضل بينهما في نفسه ، ( فالباقي هو المطلوب )<sup>(١)</sup> .

مثالها : أربعة وعشرون في ستة وثلاثين .  
فأسقط من التسعمائة ( مضروب نصف التفاضل في نفسه ، أعنى )<sup>(٢)</sup> ستة وثلاثين ، يبقى ثمانمائة وأربعة وستون .

(٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

## شرح :

في « قاعدة فيما اختلف عدة عشراتهما بما بين العشرين والمائة » تفرض العددين (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  ) ، (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  ) حيث  $10\text{ج}$  ،  $10\text{ب}$  عدة تكرار العشرات فيهما ،  $10\text{ج}$  أقل من  $10\text{ب}$  .  
فيكون العدد الأقل (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  )  
والعدد الأكثر (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  )

فطبقاً للقاعدة :

حاصل الضرب	$[10\text{ج} + 10\text{ب}]$	$(10\text{ج} + 10\text{ب})$	$10\text{ب} + 10\text{ج}$	ب
عدة عشرات	العدد الأكثر	مضروب آحاد بسط المجتمع	مضروب الآحاد	الآحاد
الأقل	الأقل في عدة عشرات	في الآحاد	عشرات	في الآحاد
	عشرات الأكثر			

$$= (10\text{ب} + 10\text{ج} + 100\text{ج} + 100\text{ب} + 10\text{ب} + 10\text{ج})$$
  
وعند ضرب العددين (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  ) ، (  $10\text{ج} + 10\text{ب}$  ) في بعضهما البعض نحصل على نفس النتيجة ، ومن ثم فالقاعدة سليمة .

وفي المثال :  $34 \times 23$

يكون الجواب :  $[ (2 \times 34) + (3 \times 3) ] + 10 \times 3 = 4$

$$= (9 + 68) + 10 \times 12 = 770 + 12 = 782$$

قاعدة :

قد يسهل الضرب بأن تنسب أحد المضروبين إلى أول أعداد مرتبة فوفه ، وتأخذ بتلك النسبة من الآخر ، وتبسط المأخذ من جنس المنسوب إليه ، والكسر بحسبه .  
مثالها : خمسة وعشرون في اثني عشر

---

وفي القاعدة التالية نفرض العددين المتفاضلين ( المختلفين ١٤ ، ٢٤ فيكون حاصل ضربها - طبقاً للقاعدة - هو :

$$\left(\frac{٢٤ - ١٤}{٢}\right)^2 - \left(\frac{٢٤ + ١٤}{٢}\right)^2$$

مضروب نصف مجموع العددين      مضروب نصف التفاضل ( الفرق )  
في نفسه      بين العددين في نفسه

أي أن حاصل الضرب قد تم تحويله إلى فرق بين مربعين وبايجاد هذا الفرق نحصل على :

$$\left(\frac{٢٤ - ١٤}{٢}\right)^2 - \left(\frac{٢٤ + ١٤}{٢}\right)^2$$

$$\left[\frac{٢٤ - ١٤}{٢} + \frac{٢٤ + ١٤}{٢}\right] \left[\frac{٢٤ - ١٤}{٢} - \frac{٢٤ + ١٤}{٢}\right] =$$

$$١٤ \times ٢٤ =$$

وبذلك ثبت صحة القاعدة .

وفي المثال : ٢٤ × ٣٦

$$\left[\frac{٢٤ - ٣٦}{٢}\right]^2 - \left[\frac{٢٤ + ٣٦}{٢}\right]^2 = \text{حاصل الضرب}$$

$$٨٦٤ = ٣٦ - ٩٠٠ = ٢٦ - ٢٣٠ =$$

تنسب الاول الى المائة بالربع ، وتأخذ ربع الاثني عشر ، وتبسط المئات (١) .  
أو في ثلثه عشر .

فربما ثلاثة وربع ، فيحصل (٢) ثلاثمائة وخمسة وعشرون .  
قاعدة :

قد يسهل الضرب بأن تضعف أحد المضروبين مرة فصاعداً ، وتنصف الآخر بعد ذلك ،  
وتضرب ما صار اليه أحدهما ، فيما صار اليه الآخر .  
مثالها : خمسة وعشرون في ستة عشر .

فلو ضعفت الاول مرتين ، ونصف الثاني كذلك ، لرجع إلى ضرب أربعة في مائة ،  
وهو أظهر .

تبصرة :

فان تكثر المراتب ، وتشعب العمل ، فاستعن بالقلم .

فان كان ضرب مفرد في مركب فارسمها ، ثم اضرب المفرد بصورته في المرتبة الاولى ،  
وارسم آحاد المحاصل تحتها ، واحفظ لعشرات آحاداً بعينها لتزيدها على حاصل ضرب ما بعدها  
إن كان عدداً ، وإن كان صفراً ، رسمت (٣) عدة العشرات تحتها (٤) ، وان لم يحصل آحاد ،  
فضع صفراً ، حافظاً لكل عشرة (٥) واحداً ، لتفعل به ما عرفت ، ومتى ضربت في صفر ،  
فارسم صفراً ، أو إن كان مع المفرد أصفاراً فارسمها عن يمين سطر الخارج .  
مثاله : خمسة في هذا العدد ٦٢٠٤٣ ، فصورة العمل هكذا (٦) .

$$\begin{array}{r} 62043 \\ \times 5 \\ \hline 310215 \end{array}$$

- 
- (١) في المخطوط ١٢٥٣ : مائة .
  - (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : فالجواب .
  - (٣) في المخطوط ٧٥٣ : ترسم .
  - (٤) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .
  - (٥) في المخطوط ٧٥٣ : عشرية .
  - (٦) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

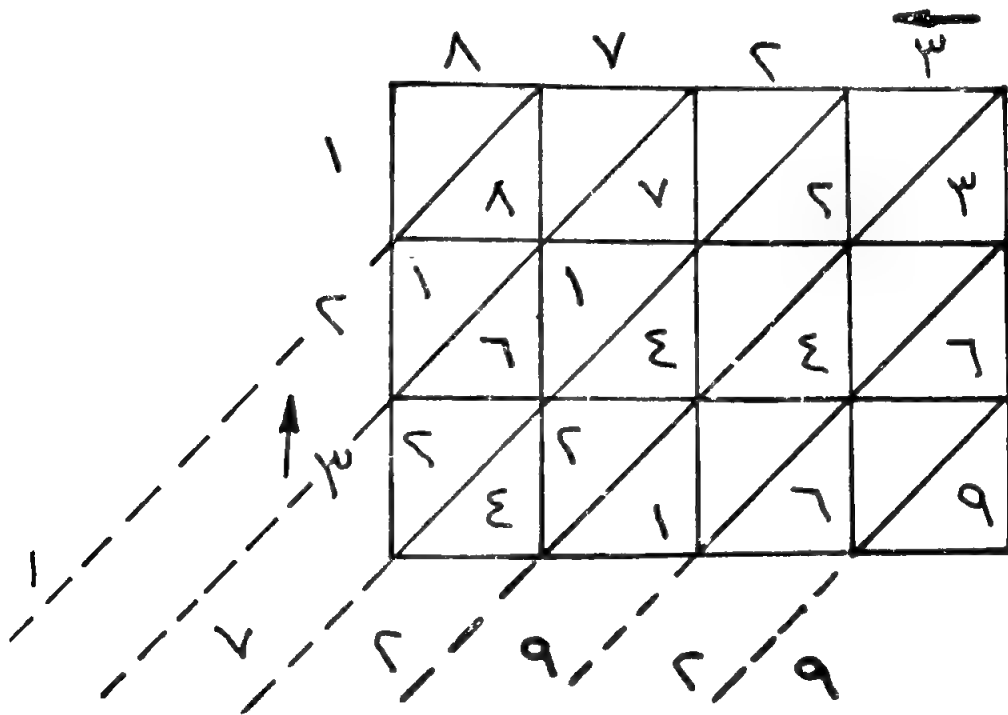


شرح : في هذه التبصرة يبدأ العامل بشرح كيفية ضرب عدد مفرد في عدد مركب ، وهي بعينها نفس الطريقة الي تستعملها اليوم .

أما عن ضرب عددين مركبين في بعضها البعض فإن العامل يخصص بالشرح طريقة الشبكة ، ونشرحها بالمثل التالي :

المطلوب إيجاد حاصل ضرب :  $۱۲۳ \times ۸۷۲۳$

إنشاء الشبكة :



$$۱۰۷۲۹۲۹ = ۱۲۳ \times ۸۷۲۳$$

خطوات العمل :

( ۱ ) ترسم مستطيلاً ونقسمه الى مربعات بحيث يكون عدد المربعات في الاتجاه الافقي مساوياً لعدد أرقام أحد المضروبين ، ويكون عدد المربعات في الاتجاه الرأسي مساوياً لعدد أرقام المضروب الآخر .

( ۲ ) نقسم كل مربع الى مثلثين مثلث علوي وآخر سفلي وذلك بواسطة خطوط مائلة كما هو موضح بالشكل .

( ٣ ) نضع أرقام المضروب الأول فوق الشكل بحيث يقع كل رقم فوق مربع بحيث يكون رقم الآحاد عند المربع الاول يليه رقم العشرات في المربع التالي وهكذا نهاية أرقام المضروب الاول .

( ٤ ) نضع أرقام المضروب الثاني الى الجانب الايسر للمستطيل بحيث يقع كل رقم منه أمام مربع ، مبتدئين برقم الآحاد عند أسفل مربع ثم رقم العشرات في المربع الذي يملؤه وهكذا حتى نهاية أرقام المضروب الثاني .

( ٥ ) تبعاً بضرب الرقم العلوي للمضروب الثاني ( وهو رقم أعلى مرتبة فيه ) في المضروب الاول واضعين حاصل ضرب كل رقم في الآخر في المربع الخاص به بحيث يكون آحاد حاصل الضرب في المثلث السفلي من المربع ورقم عشرات حاصل الضرب في المثلث العلوي منه .

( ٦ ) نكرر العمل بالنسبة لبقية أرقام المضروب الثاني .

( ٧ ) تجمع الارقام المتحصلة في المستطيل، وذلك في الاتجاه القطري (أي في اتجاه الخطوط الموربة) بادئين من اليمين الى اليسار ، بحيث نجمع كل مائتين خطين موربين ونضيف رقم العشرات الى مجموعة الارقام في الخطين الموربين التاليين وهكذا لنحصل على حاصل الضرب بطريق الشبكة .

هذا يمكننا تحليل طريقة الشبكة بمقارنتها بطريقة الضرب التي نستعملها اليوم ، ففي هذه الطريقة نبدأ بضرب رقم آحاد المضروب الثاني في أرقام المضروب الاول ، ثم رقم عشرات المضروب الثاني (و يكون حاصل الضرب مبتدئاً على خانة العشرات - أي مرحلاً الى رتبة أعلى)،

طريقة الشبكة	طريقة الحالية
المضروب الاول ٨٧٢٣	المضروب الاول ٨٧٢٣
المضروب الثاني ١٢٣	المضروب الثاني ١٢٣
( الضرب من اليسار الى اليمين ) ←	( المضروب من اليمين الى اليسار ) ←
ضرب المئات ٨٧٢٣	ضرب الآحاد ٢٤١٦٩
١	٢
ضرب العشرات ١٦٤٤٦	ضرب العشرات ١٦٤٤٦٠
٢	١
ضرب الآحاد ٢٤١٦٩	ضرب المئات ٨٧٢٣٠٠
١٠٧٢٩٢٩	١٠٧٢٩٢٩

والامتحان بضرب ميزان المضروب ، ( في ميزان المضروب ) (١) فيه ، فميزان الحاصل ان خالف ميزان الخارج ، فالعمل خطأ .

وبعد ذلك نضرب رقم مئات المضروب الثاني في المضروب الاول ، ويكون حاصل الضرب مبتدئاً من خانة المئات ، ثم بجمع المتحصل من عمليات الضرب الجزئية هذه .

وطريقة الشبكة لا تختلف - في جوهرها - عين طريقتنا الحالية ، الا انه في طريقة الشبكة يبدأ بضرب رقم أعلى رتبة في المضروب الثاني في المضروب الاول ، ثم المرتبة الاقل ويلاحظ ان الترتيب الهندسي للشبكة ( المثلثات الفوقانية والتحتانية ) تؤدي مباشرة الى ترجيل الارقام الى الرتبة الاقل ، ويتضح ذلك بجلاء عند مقارنة الارقام في الخطوط الموربة مع الارقام في الاعمدة الرأسية في المثال المشرح ( ٨٧٢٣ × ١٢٣ ) حيث نجد تطابقاً تاماً بينها .

مما تقدم تتضح سلامة طريقة الشبكة في اجراء عملية ضرب الاعداد المركبة بعضها في بعض ؛ ونظراً لسهولة عمليات الضرب الجزئية فيها مما لا يحتاج معه الى استيعاب اى عدد محفوظ، فان هذه الطريقة قد تكون ايسر واكل خطأ للمبتدئين من طريقة الضرب التي تتبعها في عصرنا الحالي .

(١) ناقصة في المخطط ١٢٥٣ .

وللتحقق من سلامة عملية الضرب يمكن تطبيق « القاعدة الذهبية » كما سهاها الفريون وهي قاعدة ميزان العدد التي سبق شرحها .

ميزان المضروب × ميزان المضروب فيه = ميزان حاصل الضرب  
او ميزان المضروب الاول × ميزان المضروب الثاني = ميزان حاصل الضرب  
تطبيقها على المثال الوارد في المخطوط.

$$١٢٩١١٤١٨ = ٢٠٧ \times ٦٢٣٧٤$$

فبأسقاط تسعة تسعة نحصل على موازين الاعداد

$$\text{صفر} = \text{صفر} \times ٤$$

وبتطبيق القاعدة على المثال المشرح :

$$١٠٧٢٩٢٩ = ١٢٣ \times ٨٧٢٣$$

$$( ٦ \times ٢ )$$

$$٣ = ٣$$

∴ فعمليات الضرب صحيحة

## الفصل الخامس : في القسمة

وهي طلب عدد نسبة الى الواحد كنسبة المقسوم الى المقسوم عليه ، فهي عكس الضرب والعمل فيها ان تطلب عدداً اذا ضربته في المقسوم عليه ، يساوي الحاصل المقسوم او نقص عنه بأقل من المقسوم عليه ، فان ساواه<sup>(١)</sup> فالمفروض خارج القسمة ، وان نقص عنه كذلك فانسب ذلك الاقل الى المقسوم عليه ، فحاصل النسبة مع ذلك العدد هو الخارج ، فان تكررت الاعداد فارسم جدولاً مسطوره يعده مراتب المقسوم ، وضعها خلالها ، والمقسوم عليه تحته بحيث يحاذي آخره ان لم يزد المقسوم عليه عن محاذية من المقسوم اذا حاذاه ، والا فبحيث يحاذي متلو آخر المقسوم ، ثم تطلب اكثر عدد من الآحاد يمكن ضربه في واحد ( واحد )<sup>(٢)</sup> من مراتب المقسوم عليه ، ونقصان الحاصل مما يحاذيه من المقسوم ، وبما على يساره ان كان شيء واضعاً للباقي تحت خط فاصل ، فاذا وجدته وضعته فوق الجدول محاذياً لاول مراتب المقسوم عليه ، وعملت به ما عرفت ثم تنقل المقسوم عليه الى اليمين بمرتبة او ما بقى من المقسوم الى اليسار بعد خط عرضي ، ثم تطلب اعظم عدد آخر كما مر ، وضعه عن يمين الاول ، واعمل به ما عرفت ، فان لم يوجد فضع صفراً ، وانقل كما مر وهكذا ليصير اول المقسوم محاذياً لاول المقسوم عليه ، فيكون الموضوع اعلى<sup>(٣)</sup> الجدول خارج القسمة ، فان بقى من المقسوم شيء فهو كسر ، محزجه المقسوم عليه .

مثاله : تقسيم هذا العدد ٩٧٥٧٤١ على هذا العدد ٥٣ فخرج القسمة ١٨٤١٠ من الصحيح ، واحد عشر<sup>(٤)</sup> جزءاً من ثلاثة وخمسين اذا فرض واحداً وهذه صورته :

---

(١) في المخطوط ٧٥٣ : ساوي . (٢) زائدة في المخطوط ٧٥٣ .

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : على

(٤) في المخطوط ١٢٥٣ : وستة واربعين ، وهو ولا شك خطأ وتحريف .





والامتحان بضرب ميزان الخارج ، في ميزان المقسوم عليه ، وزيادة ميزان الباقي إن وجد (١) كان على الحاصل ، فميزان المجتمع إن خالف ميزان المقسوم ، فالعمل خطأ .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

طريقة القسمة الواردة في المخطوط لا تختلف في جوهرها عن الطريقة التي تتبعها في عصرنا الحالي ، إنما يقع الخلاف في مواضع كتابة المقسوم والمقسوم عليه وخارج القسمة ، فبالنسبة للمثال المذكور يمكن مقارنة الحل على صورته الحالية مع الحل الموجود في المخطوط

المقسوم عليه	٥٣	٩٧٥٧٤١	المقسوم
نتائج القسمة	١٨٤١٠	$\frac{١١}{٥٣}$	$\frac{٥٣}{٤٤٥}$
		٤٢٤	
		٢١٧	
		٢١٢	
		٥٤	
		٥٣	
		١١	

ليتأكد لنا لم نرد شيئاً - في الواقع - عما عرفة العرب قبلاً في موضوع القسمة .

## الفصل السادس : في استخراج الجذر (١)

العدد المضروب في نفسه يسمى جذراً في المحاسبات ، وضلعاً في المساحة ، وشيئاً في الجبر والمقابلة ، ويسمى الحاصل مجذوراً ، ومربعاً ، وملاً .

والعدد ان كان قليلاً فاستخراج جذره لا يحتاج الى تأمل ان كان منطقاً ، وان كان اصماً ، فاسقط منه اقرب المجذورات اليه ، وانسب الباقي الى مضعف جذر المسقط مع الواحد ، فجذر المسقط مع حاصل النسبة هو جذر الاسم بالتقريب ، وان كان كثيراً فضعه خلال جدول كالمقسوم ، وعلم مراتبه بخطي مرتبة مرتبة (٢) ، ثم اطلب عدد من الآحاد ، واذا ضرب في نفسه ونقص الحاصل مما يحاذي العلامة الاخيرة ، ومما عن يساره افناه او بقي اقل من المنقوص منه ، فاذا وجدته وضعته فوقها وتحتها بمسافسة ، وضربت التحتاني في الفوقاني ، ووضعت الحاصل تحت العدد المطلوب جذره بحيث يحاذي آحاده المضروب فيه ، ونقصته مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، ووضعت الباقي تحته بعد الفاصلة ، ثم تريد الفوقاني على التحتاني ، وتنقل الجميع الى اليمين بمرتبة ، ثم تطلب اعظم عدد كذلك اذا وضعته فوق العلامة الاخيرة وتحتها امكن ضربه في مرتبة مرتبة من التحتاني ، ونقصان الحاصل مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، فاذا وجدته وعملت به .

(١) الجذر بفتح الجيم وكسرهما وبسكون الدال المعجمة اصل الشيء .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

في صدر هذا الفصل يعرف العامل الجذر والضلع والشيء ، كذا المجذور والمساحة والمال ، ويمكن بيان ذلك مدعماً بالرموز بقصد الايضاح على الوجه التالي :

العدد	العدد مضروب في نفسه
في المحاسبات : الجذر ع	المجذور ( الذي يمكن جذره ) ع <sup>٢</sup>
في المساحة : الضلع ل	المساحة ل <sup>٢</sup>
في الجبر والمقابلة : الشيء س	المال س <sup>٢</sup>

ويبدأ العامل بتقديم طريقة تقريبية لايجاد الجذر الترييمي للعدد الاصم ع الذي يمكن وضعه على الصورة :

ع = ( ٢٥ + م ) حيث ٢٥ اقرب المجذورات الى ع  
، م الباقي بعد اسقاط ٢٥ من ع

فطبقا لثمن المخطوط فنحصل على  $\sqrt{ع}$  من العلاقة المقربة :

$$\sqrt{ع} = \left( \frac{م}{١ + ٥٢} + ٥ \right) \quad \text{جذر العدد الأصم ع}$$

ويجيء الكلام مرة ثانية عن هذه القاعدة في القسم الثاني من هذا الكتاب عند تحليلنا لما جاء بكتاب العاملي « الكشكول » .

هذا وقد سبق لأبي بكر محمد بن الحسن الكرخي أن اورد هذه القاعدة في كتابه « كافي الحساب الذي ألفه بين سنتي ٤٠١ ، ٤٠٧ هـ ( ١٠١٠ - ١٠١٦ م ) وأهداه الى الوزير أبي غالب محمد بن خلف الذي اشتهر بلقب « فخر الملك » وينسب الى الكرخي استخراج هذه القاعدة بطريقة جبرية ، كذلك وردت قاعدة مشابهة في كتاب تلخيص أعمال الحساب « لابن البنا المراكشي الذي عاش في الفترة من سنة ٦٥٤ هـ الى سنة ٧٢١ هـ ( ١٣٥٦ م - ١٣٢١ م ) .

شرح :  
وجدير بالذكر أن البابليين كانوا يستعملون - في استخراج الجذور التربيعية - القاعدة التالية :

$$\sqrt{ع} = \sqrt{م + ٢٥} = \left( \frac{م}{٥٢} + ٥ \right)$$

وقد وردت هذه القاعدة في كتابات محمد بن موسى الخوارزمي ، الا انها كانت محلا للنقد ، فعدلها الرياضيون العرب من بعده لتصبح على النحو التالي :

$$\sqrt{ع} = \sqrt{م + ٢٥} = \left( \frac{م}{١ + ٥٢} + ٥ \right)$$

وهي نفس الصورة التي أشار اليها العاملي .

وينسب الى احمد بن ابراهيم الاقليدسي الذي عاش في القرن العاشر للميلاد أنه لما رأى ان :

ما عرفت زدت الفوقاني على التحتاني ، ونقلت مافي السطر التحتاني إلى اليمين بمرتبة .  
وان لم يوجد فضع فوق العلامة وتحتها صفراً وانقل وهكذا الى ان يتم العمل ، فبا فوق  
الجدول هو الجذر ، فان لم يبق شيء تحت المخطوط الفواصل ، فالممدد منطق ، وان بقي  
فاصم ، وتلك البقية كسر فخرجها ما يحصل من زيادة ما فوق العلامة الاولى مع واحد  
على التحتاني .

مثاله :

اردنا جذر هذا العدد ١٢٨١٧٢ ، عملنا ماقلنا صار هكذا :

وبقي (١) تحت المخطوط الفواصل ثمانية ، فبقي كسر مخرجها الحاصل من زيادة ما فوق العلامة  
الاولى ، وواحد على التحتاني ، اعني ٧١٧ .

والامتحان بضرب ميزان الخارج في نفسه ، وزيادة ميزان الباقي ان كان على الحاصل ،  
فميزان المجتمع ان خالف ميزان العدد فالعمل خطأ ، والله اعلم .

---

المقدار ( ج + ٢ ن / م ) - حسب قاعدة البابليين - يعطى جذوراً تزيد عن  
القيم الحقيقية .

وان المقدار ( ج + ٢ ج + ١ / م ) - حسب تعديل الرياضيين العرب - يعطى قيما  
اقل من الحقيقة .

فقد اقترح قيمة وسطاً بينها على النحو التالي :

$$\sqrt{c} = \sqrt{m + 2cn} = \frac{1}{2} + \left[ \frac{c}{1 + cn} + \frac{c}{cn} \right]$$

(١) في المخطوط ١٢٥٣ .



## الباب الثاني

# في حساب الكسور

وفيه ثلاث مقدمات وستة فصول :

### المقدمة الاولى

كل عدد بن غير الواحد ان تساويا فمتائلان (١) ، والا فان افنى اقلها الاكثر فمتداخلان (٢) والا فان عدهما ثاث فمتوافقان (٣) ، والكسر الذي هو مخرجه فهو وفقهما ، والا فمتباينان (٤) ، والتماثل بين ، ويسرف البواقي بقسمه الاكثر على الاقل ، فان لم يسبق شيء فمتداخلان ، وان بقي قسمنا المقسوم عليه على الباقي ، وهكذا الى ان لا يبقى شيء فالعددان متوافقان ، والمقسوم عليه الاخير هو العاد لهما ، او يبقى واحد فمتباينان .

ثم الكسر اما منطوق ، وهو الكسور التسعة المشهورة ، او اصم ولا يمكن التعبير عنه الا بالجزء ، وكل منهما إما مفرد كالثالث ، وجزء من احد عشر ، او مكرر كالثلاثين وجزء من احد عشر ، او مضاف كنصف سدس ، وجزء من احد عشر من الجزء من ثلاثة عشر ، او معطوف كالنصف والثلث ، وجزء من احد عشر ، وجزء من ثلاثة عشر ، واذا رسمت الكسر ، فان كان معه صحيح ، فارسمه فوقه ، والكسر نحتة ، فوق المخرج ، والا فضع

شرح :

(١) العددان المتماثلان هما العددان المتشابهان من كل الوجوه اي المتساويان كسبعة وسبعة ؛ والكسران المتماثلان هما الكسران المتساويان كربع وربيع .

(٢) العددان المتداخلان هما العددان المختلفان اللذان يعني اصغرهما اكبرهما ، او بمباراة اخرى ان يكون العدد الاكبر فيهما قابلاً للقسمة على العدد الاصغر ، مثال ذلك ٨ ، ٣ ، فهما متداخلان حيث اننا اذا انقصنا الاثنين من الثمانية اربعة مرات لم يسبق منها شيء ، اي ان الاثنين تفنى الثمانية ، او بمباراة ثالثة فانه بقبول الثمانية للقسمة على الاثنين فان الثمانية





## المقدمة الثانية

مخرج الكسر اقل عدد يصح منه ذلك الكسر ، فمخرج المفرد ظاهر ، وهو بعينه مخرج المكرر ، ومخرج المضاف مضروب مخرج مفرداته بعضها في بعض ، اما المعطوف فاعتبر مخرجي كسرين منه ، فان تباينا ، فاضرب احدهما في الآخر ، او توافقا فاضرب وفق احدهما في الآخر ، او تداخلا فاكثف بالاكثر ، ثم اعتبر الحاصل مع مخرج الكسر الثالث ، واعمل ما عرفت وهكذا وهكذا (١) ، فالحاصل هو المطلوب ، ففي تحصيل مخرج الكسور التسعة تضرب الاثنين في الثلثة للتباين ، والحاصل في نصف الاربعة . للتوافق ، والحاصل في الخمسة للتباين ، والستة داخلة في الحاصل فاكثف به ، واضربه في السبعة للمباينة ، والحاصل في ربع الثمانية ، والحاصل في ثلث التسعة للتوافق ، والعشرة داخلة في الحاصل ، وهو الفان وخمسمائة وعشرون فاكثف به وهو المطلوب (٢) .

تلمة :

ولك ان تعتبر مخرج مفرداته ، فما كان منها داخلا في غيره فاسقطه واکثف بالاكثر ، وما كان متوافقا فاستبدل به وفقه ، واعمل بالوفق ، كذلك ليؤل المخرج الباقية الى التباين ، فاضرب بعضها في بعض ، والحاصل هو المطلوب .

ففي المثال تسقط الاثنين والثلاثة والاربعة والخمسة لدخولها في البواقي ، والستة توافق الثمانية بالنصف ، فاستبدل بها نصفها ، وهو داخل في التسعة فاسقطه ، والثمانية توافق العشرة بالنصف ، فاضرب خمسة في الثمانية والحاصل في السبعة ، والحاصل في التسعة ليخرج المطلوب.

الطيفة :

يحصل مخرج الكسور التسعة من ضرب ايام الشهر في عدة الشهور ، والحاصل في ايام الاسبوع ، ومن ضرب مخرج الكسور التي فيها حرف العين بعضها في بعض ، ومثل امير المؤمنين علي رضي الله عنه ، من (٣) ذلك ، فقال اضرب ايام اسبوعك في ايام سنتك .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ . (٢) راجع الشرح في نهاية المقدمة . (٣) في المخطوط ١٢٥٣ : عن (٤) .

شرح :

(٤) في هذه الطيفة ، يمرض العاملي لايجاد مخرج الكسور التسعة ، أي لايجاد القاسم

المشترك الاصفر لهذه الكسور التسعة ، ولنبين أولاً المقصود بايجاد القاسم المشترك الاصفر ، فنفرض ان المطلوب مثلا هو جمع الكسرين  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{1}{3}$  ، فنبدأ بتوحيد مخرجي الكسرين بان نحول كلا من الكسرين الى كسر مخرجه ( اي مقامه ) متساوية ( اي  $2 \times 3$  حاصل ضرب مخرجي الكسرين ) ، فيصير الكسران :  $\frac{3}{6}$  ،  $\frac{2}{6}$  ، وفي هذه الحالة يتيسر الجمع فتكون النتيجة  $\frac{5}{6}$  ، وعملية توحيد مخرجي الكسرين تقتضي ايجاد ما نسميه بالقاسم المشترك وهو حاصل ضرب المخرجين في صورته العامة ، الا انه مع تعدد الكسور وبالتالي تعدد مخرجها فان ايجاد القاسم المشترك بهذه الطريقة - على بساطتها - لا يعطينا اصغر قاسم مشترك ، ولنوضح ذلك بمثال فنقول ان المطلوب مثلا هو حاصل جمع الكسور  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{8}$  ،  $\frac{1}{9}$  ، فمن الميسور ان نقول ان القاسم المشترك هو حاصل ضرب الخارج الاربعة بعضها في بعض هكذا :  $2 \times 6 \times 8 \times 9$  ، الا ان هناك قاسماً مشتركاً اصغر من هذا القاسم ، وبالتالي فان ايجاده يؤدي الى تبسيط اكثر للعمليات الخاصة بالكسور ، ولذلك نقول ان الخارج الاربعة هي على التوالي :

$$2 ، 3 ، 6 ، 8$$

ولذلك فان القاسم المشترك الاصفر يكون حاصل ضرب الاعداد الاولى مرفوعة الى اعلى قوة لها ، فنجد مثلا ان الاثنين في المخرجين الاولين موجودة في المخرج الثالث فيمكن الاكتفاء به عن العامل الاول 2 ، كذلك فان الثلاثة في المخرج الثاني موجودة ضمن المخرج الرابع ، وبالتالي يمكن الاكتفاء بالمخرج الرابع فيما يخص العامل الاول 3 ، وبذلك يكون القاسم المشترك الاصفر هو :  $2 \times 3 \times 8 = 48$  ، اي  $8 \times 6 = 48$  ، وهو بسيط بكثير مما لو ضربنا جميع المخرج في بعضها البعض :  $2 \times 6 \times 8 \times 9 = 864$  ، في الوقت الذي يؤدي فيه القاسم المشترك الاصفر افترض ، وهو توحيد مخرج الكسور حتى يتسنى اجراء عمليتي الجمع والطرح .

بعد هذه المقدمة نرجع الى ايجاد مخرج الكسور التسعة ، فنقول ان الكسور التسعة المقصودة هي :

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{10}$$

شرح :

وبامعان النظر في مخارج هذه الكسور التسعة نجد ان المخرج ٨ يكفينا بالنسبة للعامل الاول ٢ ، كما ان المخرج ٩ يكفينا ايضاً بالنسبة للعامل الاول ٣ ، كذلك فالمخرجان ٥ ، ٧ يمثلان العاملين الاولين ٥ ، ٧ ، وبذلك يكون مخرج الكسور التسعة ( أى القاسم المشترك الاصغر ) هو :

$$٢٥٢٠ = ٧ \times ٣٦٠ = ٧ \times ٥ \times ٩ \times ٨$$

اي ان مخرج الكسور التسعة هو :  $٧ \times ١٢ \times ٣٠$

أى : « عدد ايام الشهر  $\times$  عدة الشهور ( عدد الشهور في السنة )  $\times$  عدد ايام الاسبوع وهي القاعدة التي وردت في « لطيفة » العملي .

وكذلك فقول امير المؤمنين علي كرم الله وجهه عن مخرج الكسور التسعة :

« اضرب ايام اسبوعك في ايام سنتك » قول غاية في الصحة (  $٣٦٠ \times ٧$  ) .

ورد ايضاً في « لطيفة » العملي ان مخرج الكسور التسعة يحصل من ضرب

مخارج الكسور التي فيها حرف العين بعضها في بعض ، وهو قول صحيح ايضاً ، حيث ان الكسور التي فيها حرف العين هي : الربع ، والسبع ، والتسع ، والعشر ، وحاصل

ضرب مخارج هذه الكسور الاربعة هو :  $٤ \times ٧ \times ٩ \times ١٠ = ٧ \times ٣٦٠$  من هذا نتبين صحة ما جاء في هذه « اللطيفة » .

## المقدمة الثالثة

### في التجنيس والرفع

اما التجنيس فجعل الصحيح كموراً من جنس كسر معين ، والعمل فيه اذا كان مع الصحيح كسر ان تضرب الصحيح في محرج الكسر ، تزيد عليه صورة الكسر ، فمجنس الاثني والربع تسعة ، ومجنس الستة وثلاثة اخماس ثلاثة وثلثون ، ومجنس الاربعة وثلث سبع خمسة وثمانون .

واما الرفع فجعل الكسور صحاحاً ، فان كان معنا كسر عدده اكثر من مخرجه قسمناه على مخرجه ، فالخارج صحيح ، والباقي كسر من ذلك المخرج . فمرفوع خمسة عشر رباعاً<sup>(١)</sup> ثلاثة وثلثة ارباع .

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

---

(١) ناقصة في الخطوط ١٢٥٣

## الفصل الاول : في جمع الكسور وتضعيفها

يؤخذ من المخرج المشترك مجموعها او مضاعفها ، ويقسم عددها ان زاد عليه (١) ، فالخارج صحيح ، والباقي كسور منه ، وان نقص عنه نسب اليه ، وان ساواه فالخامس واحد ، فالنصف والثالث والرابع واحد ونصف سدس ، والسادس والثالث نصف . والنصف والسادس والثالث واحد ، وضعت ثلاثة اخماس واحد وخمس .

## الفصل الثاني : في تنصيف الكسور وتقريبها

اما التنصيف فان كان الكسر زوجاً نصفته ، او فرداً ضعفت المخرج ، ونسبت الكسر (٢) اليه وهو ظاهر .  
واما التفريق فنقص احدها من الآخر بعد اخذها من المخرج المشترك ، وتنسب الباقي اليه ، فان نقصت الربع من الثلث بقي نصف سدس .

## الفصل الثالث : في ضرب الكسور

ان كان الكسر في احد الطرفين فقط مع صحيح او بدونه ، فاضرب الجنس او صورة الكسر في الصحيح ، ثم اقسم الحاصل على المخرج او انسبه منه ، ففي ضرب اثنين وثلاثة اخماس في اربعة ، الجنس في الصحيح ، اثنان وخمسون ، قسمناه على خمسة ، خرج عشرة وخمسان ، وفي ضرب ثلاثة ارباع في سبعة ، قسمنا احدى وعشرين على اربعة خرج خمسة وربع ، وهو المطلوب . وان كان الكسر في كلا الطرفين والصحيح معها ، او مع احدها اولاً ، فاضرب الجنس في الجنس ، او في صورة الكسر ، او الصورة في الصورة ، وهو الحاصل الاول ، ثم المخرج في المخرج وهو الحاصل الثاني ، فاقسم الاول عليه ، او انسبه منه ، فالخارج هو المطلوب ، فالخامس من ضرب الاثنين ونصف ، في ثلاثة وتلت ، ثمانية وتلت ، ومن اثنين وربع في خمسة اسداس ، واحد وسبعة اثمان ، ومن ثلاثة ارباع في خمسة اسباع ، نصف وربع سبع .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : الكسور .

## الفصل الرابع : في قسمه الكسور

وهي ثمانية أصناف كما يشهد به التأمل ، والعمل فيها أن تضرب كلا من المقسوم عليه في المخرج المشترك ، ان كان مع كل منهما كسر ، او في المخرج الموجود ان كان احدهما فقط ذا كسر ، ثم تقسم حاصل المقسوم على حاصل المقسوم عليه او تنسبه منه ، فالخارج من قسمة خمسة وربع على ثلثه ، واحد وثلثة أرباع ، وبالعكس أربعة أسباع ، ومن السدسين على السدس ، اثنان ، كما يشهد به تعريف القسمة بما مر ، وعليك استخراج باقي الامثلة .

## الفصل الخامس : في استخراج جذر الكسور

ان كان مع الكسر صحيح ، جنس ليرجع الكل كسوراً ، ثم إن كان الكسر والمخرج منطقيين ، قسمت جذر الكسر على جذر المخرج ، أو نسبته منه ، فجذر ستة وربع اثنان ونصف ، وجذر اربعة اتساع ثلثان .

وان لم يكونا منطقيين ضربت الكسر في المخرج ، وأخذت جذر الحاصل بالتقريب وقسمته على المخرج ، ففي تجذير ثلثة ونصف ، تضرب سبعة في اثنين ، وتأخذ جذر الحاصل بالتقريب ، وهو ثلاثة وخمسة أسباع ، وتقسمه على اثنين ليخرج واحد وستة أسباع .

## الفصل السادس : في تحويل الكسر من مخرج الى مخرج

اضرب عدد الكسر في المخرج المحول اليه ، واقسم الحاصل على مخرجه ، فالخارج هو الكسر المطلوب ، من مخرج المحول اليه ، فلو قيل خمسة أسباع كم ثمناً ، قسمت اربعين على سبعة ، خرج خمسة اثمان وخمسة أسباع ثمن ، ولو قيل كم سدساً ، فالجواب اربعة اسداس وسبعاً سدس .

## الباب الثالث

### في استخراج المجهولات بالاربعة المتناسبة

وهي ما نسبة اولها الى ثانيها كنسبة ثالثها الى رابعها ، ويلزمها مساواة سطح (١) الطرفين لمسطح الوسطين كما برهن عليه ، فادا جعل احد الطرفين ، فاقسم سطح الوسطين على الطرف المعلوم ، او احد الوسطين ، فاقسم سطح الطرفين على الوسط المعلوم ، فالخارج هو المطلوب .

والسؤال إما ان يتعلق بالزيادة والنقصان ، او بالمعاملات ونحوها ، فالاول نحو اي عدد اذا زيد عليه ربعه صار ثلاثة مثلاً ، فالطريق ان تأخذ مخرج الكسر ، ويسمى المأخذ ، وتتصرف فيه بحسب السؤال ، فما انتهيت اليه يسمى الواسطة ، فيحصل منك معلومات ثلث المأخذ والواسطة والمعلوم ، وهو ما اعطاه السائل بقوله صار كذا ، ونسبة المأخذ وهو الاول ، الى الواسطة وهي الثاني ، كنسبة المجهول وهو الثالث ، الى المعلوم وهو الرابع ، فاضرب المأخذ في المعلوم ، واقسم الحاصل على الواسطة ، ليخرج المجهول ، فهو في المثال اثنان وخمسان ، واما الثاني فكما لو قيل خمسة ارطال بثلاثة دراهم ، رطلان بكم ، فخمسة ارطال المسعر ، والثلاثة المسعر ، والرطلان الثمن ، والمسئول عنه الثمن ، ونسبة المسعر الى المسعر كنسبة الثمن الى الثمن ، فالمجهول الرابع ، فاقسم سطح الوسطين وهو ستة ، على الاول وهو خمسة .

ولو قيل كم رطلا بدرهمين ، فالمجهول الثمن وهو الثالث ، فاقسم سطح الطرفين وهو عشرة ، على الثاني وهو ثلاثة ، ومن هنا اخذ قولهم يضرب آخر السؤال في غير جنسه ، ويقسم الحاصل على جنسه ، وهذا باب عظيم النفع فاحفظ به .

(١) يقصد بالسطح حاصل الضرب .

شرح :

اذا رمزنا للمقادير الاربعة المتناسبة بالرموز :  $p, b, j, d$  ،

فانه طبقاً للتعريف الوارد فان :

$$\frac{p}{b} = \frac{j}{d} \quad , \quad \text{اي ان} \quad \frac{\text{الاول}}{\text{الثاني}} = \frac{\text{الثالث}}{\text{الرابع}}$$

شرح :

ويسمى الرمزان  $\mathcal{P}$  ، د الطرفين ، والرمزان ب ، ح الوسطين ، ولما كان مسطح ( اي حاصل ضرب ) الطرفين مساويا لمسطح الوسطين ، فان :

$$\mathcal{P} \times \text{د} = \text{ب} \times \text{ح} \text{ اي ان : الاول} \times \text{الرابع} = \text{الثاني} \times \text{الثالث} .$$

وبعرفة ثلاثة من هذه المقادير الاربعة المتناسبة يمكن استخراج المقدار المجهول باستخدام هذه العلاقة .

ولقد ساق العاملي امثلة ثلاث نبينها فيما يلي :

### المثال الاول :

ماهو العدد الذي اذا اضيف اليه ربه اصبح ثلاثة ؟ يحدد العاملي طريق الحل فيقول:

يؤخذ مخرج الكسر - وهو ٤ - ويسمى « المأخذ » ، ويتصرف فيه بحسب السؤال -

اي يضاف اليه ربه - فيصبح ٥ ، ويسميه العاملي « الواسطة » .

فنهصل على معلومات ثلاث هي :

$$\text{المأخذ} = ٤$$

$$\text{الواسطة} = ٥$$

$$\text{المعلوم} = ٣ \text{ ( ما أعطاه السائل )}$$

وبصع العاملي معادلته على الوجه التالي :

$$\frac{\text{المجهول}}{\text{المعلوم}} = \frac{\text{المأخذ}}{\text{الواسطة}}$$

وبالتمويض في هذه المعادلة ، نجد أن :

$$\frac{\text{المجهول}}{٣} = \frac{٤}{٥}$$

فيكون العدد المطلوب هو :

$$٣ \frac{٢}{٥} = \frac{١٢}{٥} = \frac{٣ \times ٤}{٥}$$



شرح :

وبتحليل هذا المثال يمكننا أن نطرق الحل على الوجه التالي :

$$\frac{1}{4} \times \text{العدد المجهول} = 3$$

$$\text{اي ان} \quad \frac{5}{4} \times \text{المجهول} = \text{المعلوم}$$

وباستخدام تعبيرات العاملي تكون المعادلة كما يلي :

$$\text{المأخذ} \times \frac{\text{الواسطة}}{\text{المأخذ}} = \text{المعلوم}$$

$$\text{أي ان المجهول} = \frac{\text{المأخذ} \times \text{المعلوم}}{\text{الواسطة}} , \text{ وهو ماورد المثال .}$$

المثال الثاني :

• ارطال بثلاثة دراهم ، رطلان بكم ؟

الارطال الخمسة تسمى : المسعر

والدراهم الثلاثة تسمى : السعر

والرطلان بسميان : الثمن

والمستول عنه هو : الثمن

$$\frac{\text{المسعر}}{\text{السعر}} = \frac{\text{الثلثين}}{\text{الثلثين}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \text{ فالتعويض نجد ان:}$$

$$\frac{1}{\bullet} = \frac{6}{\bullet} = \frac{3 \times 2}{\bullet} = \text{فيكون الثمن}$$

شرح :

ومن الواضح ان نسبة السعر الى السعر ماضي الا قيمة الوحدة ، فهي في المثال قيمة الرطل بالدرهم .

المثال الثالث :

• ارطال بثلاثة دراهم ، كم رطلا بدرهمين ؟

فالمجهول هنا « المئمن » ، فتكون المعادلة على النحو التالي :

$$\frac{\text{المئمن ( المجهول )}}{2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{فيكون المئمن} = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = \frac{1}{3} \text{ رطلا}$$

## الباب الرابع

### في استخراج المجهولات بحساب الخطأين

تفرض المجهول ما شئت ، وتسميه المفروض الاول ، وتتصرف فيه بحسب السؤال ، فان مطابق فهو المطلوب ، وان خطأ زيادة او نقصان فهو الخطأ الاول ، ثم تفرض آخر وهو المفروض الثاني ، فان خطأ حصل الخطأ الثاني ، ثم اضرب المفروض الاول في الخطأ الثاني ، وتسميه المحفوظ الاول ، والمفروض الثاني في الخطأ الاول ، وهو المحفوظ الثاني ، فان كانت الخطأتان رائدين او ناقصين ، فاقسم الفضل بين المحفوظين على الفضل بين الخطأين ، وان اختلفا فمجموع المحفوظين على مجموع الخطأين ليخرج المجهول.

فلو قيل اي عدد زيد عليه ثلثاه ودرهم حصل عشرة ، فان فرضته تسعة فالخطأ الاول ستة زائدة ، او ستة فالخطأ الثاني واحد زائد ، فالمحفوظ الاول تسعة ، والثاني ستة وثلاثون ، والخارج من قسمة الفضل بينهما على الفضل بين الخطأين ، خمسة وخمسان وهو المطلوب .  
ولو قيل اي عدد زيد عليه رבעه ، وعلى الحاصل ثلثة اخماسه (١) ، ونقص من (٢) المجتمع خمسة دراهم ، عاد الاول . فلو فرضته اربعة ، أخطأت بواحد ناقص (٣) ، ثمانية فبثلاثة زائدة ، وخارج قسمة مجموع المحفوظين [ على مجموع الخطأين ] (٤) خمسة ، وهو المطلوب .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : اخماس .

(٢) في المخطوط ٧٥٣ ، في .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٤) اضيفت ليكمل المعنى حسب النص .

شرح :

في هذه الطريقة - اعني استخراج المجهولات بحساب الخطأين - يجرى العمل على النحو التالي :

١ - تفرض اية قيمة للمجهول ونسميها المفروض الاول .

٢ - تموض هذه القيمة الفرضية في المسألة فان طابقت كان المفروض الاول هو الاجابة المطلوبة ، والا فاحسب الخطأ الثاني عن المفروض الاول ، ولنسم هذا الخطأ بالخطأ الاول .

٣ - تكرر الخطوتان السابقتان لقيمة ثانية للمجهول ، ولنسمها المفروض الثاني ، ولنحسب الخطأ الثاني .

٤ - اضرب المفروض الاول في الخطأ الثاني ، وسمه المحفوظ الاول .

٥ - اضرب المفروض الثاني في الخطأ الاول ، وسمه المحفوظ الثاني .

٦ - ان كان الخطآن الاول والثاني متحدي الإشارة ( اما الاثنان زائدين ، او الاثنان ناقصين ) فاقسم الفرق بين المحفوظين على الفرق بين الخطأين تحصل على قيمة المجهول .

٧ - ان كان الخطآن الاول والثاني مختلفي الإشارة ، فاقسم مجموع المحفوظين على مجموع الخطأين تخرج قيمة المجهول .

ولبيان صحة هذه الطريقة ، نفرض ان المسألة يمكن تمثيلها بالمعادلة الآتية :

$$(١) \quad ب س + > = \text{صفرًا}$$

نفرض القيمة العددية ف<sub>١</sub> للمجهول س ( فتكون ف<sub>١</sub> هي المفروض الاول ) ، ونعوض في المعادلة (١) .

$$(٢) \quad ب ف_١ + > = \text{خ}_١$$

حيث خ<sub>١</sub> الخطأ الاول

نكرر العمل لقيمة عددية فرضية ثانية ف<sub>٢</sub>

$$(٣) \quad ب ف_٢ + > = \text{خ}_٢$$

بطرح المعادلة (٣) من المعادلة (٢) نحصل على :

$$ب ( ف_١ - ف_٢ ) = \text{خ}_١ - \text{خ}_٢$$

$$(٤) \quad \frac{\text{خ}_١ - \text{خ}_٢}{ف_١ - ف_٢} = ب$$

وبالتعويض بقيمة ب في المعادلة (٣) نجد ان :

$$(٥) \quad \frac{ف_١ \text{خ}_٢ - ف_٢ \text{خ}_١}{ف_١ - ف_٢} = >$$

وبالتعويض بقيمتي ب ، > ( من المعادلتين ٤ ، ٥ ) في المعادلة (١) نحصل على قيمة

المجهول س :

$$س = \frac{ف^١ خ^٢ - ف^٢ خ^١}{خ^١ - خ^٢}$$

$$\frac{\text{المفروض الاول} \times \text{الخطأ الثاني} - \text{المفروض الثاني} \times \text{الخطأ الاول}}{\text{الخطأ الثاني} - \text{الخطأ الاول}} = \text{أي ان س}$$

وعند اختلاف الخطأين في الإشارة . تنقلب الاشارتان السالبتان في الصورة ( البسط ) والمخرج ( المقام ) الى اشارتين موجبتين .

ففي المثال الاول الذي ساقه العاملي لشرح هذه الطريقة المطلوب إيجاد عدد اذا اضيف اليه ثلثاه ودرهم حصل عشرة .

$$\text{فبالمفروض الاول ف} = ٩ ، \text{ يكون المجموع } ٩ + ٢/٣ \times ٩ = ١٦$$

$$\text{والمطلوب ان يكون عشرة فقط ، فيكون الخطأ الاول خ} = ٦ +$$

$$\text{وبالمفروض الثاني ف} = ٦ ، \text{ يصبح المجموع } ٦ + ٢/٣ \times ٦ = ١١$$

$$\text{فالخطأ الثاني خ} = ١ +$$

$$\therefore \text{الحفوظ الاول} = \text{المفروض الاول ف} \times \text{الخطأ الثاني خ}$$

$$٩ = ١ \times ٩ =$$

$$\text{والحفوظ الثاني} = \text{المفروض الثاني ف} \times \text{الخطأ الاول خ}$$

$$٣٦ = ٦ \times ٦ =$$

$$\text{وبذلك فالمعد المطلوب إيجاده} = \frac{٩ - ٣٦}{١ - ٦} = \frac{٢٧}{٥} = \frac{٢}{٥} \text{ درهماً}$$

اما في المثال الثاني :

$$\text{فبالمفروض الاول ف} = ٤ ، \text{ يكون الخطأ الاول خ} = ١$$

$$\text{وبالمفروض الثاني ف} = ٨ ، \text{ يتتج الخطأ الثاني خ} = ٣ +$$

$$\therefore \text{المدد المطلوب إيجاده} = \frac{١ \times ٨ + ٣ \times ٤}{١ + ٣} = ٥ \text{ درام}$$

---

وجدير بالذكر ان طريقة حساب الخطأين « كانت معروفة منذ بدء الحضارة العربية ، وقد كتبت فيها كتب ورسائل عديدة ، منها مؤلفات قسطا بن لوقا وأبي كامل شجاع بن أسد الحاسب المصري ( القرن التاسع الميلادي ) ، وأبي يوسف يعقوب بن محمد الرازي وأبي يوسف يعقوب بن محمد المصيصي ( من علماء القرن العاشر للميلاد ، وأبي الحسن بن أبي المعالي الدسكيري المنجم ، والحسن بن الميهم ( ٩٦٦ - ١٠٣٩ ) ، وكال الدين بن يونس ( ١١٥٦ - ١٢٤٢ م ) وذلك على سبيل المثال لا الحصر .

## الباب الخامس

### في استخراج المجزولات بالعمل بالعكس

وقد يسمى بالتحليل والتعاكس ، وهو العمل بعكس ما أعطاه السائل ، فان ضعف  
فنصف ، او زاد فانقص ، او ضرب فاقسم ، او جذر فربع ، أو عكس فاعكس ، مبتدئاً  
من آخر السؤال ليخرج الجواب .

فلو قيل أي عدد ضرب في نفسه ، وزيد على الحاصل اثنان ، وضعف وزيد على  
الحاصل ثلاثة دراهم ، وقسم المجتمع (١) على خمسة ، وضرب الخارج في عشرة حصل خمسون .  
فاقسمها على العشرة ، واضرب الخمسة في مثلها وانقص من الحاصل ثلاثة ، ومن منصف الاثنين  
والعشرين ، وجذر التسعة جواب .

ولو قيل اي عدد زيد عليه نصفه وأربعة دراهم ، وعلى الحاصل كذلك ببلغ عشرين ،  
فانقص الاربعة ثم ثلث الستة عشر ، لانه النصف (٢) المـزيد ، يبقى عشرة وثلثان ، ثم  
انقص منه أربعة ، ومن الباقي ثلثه يبقى أربعة ، وأربعة اتساع ، وهو الجواب .

---

(١) « المجموع » في المخطوط ٧٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : بالنصف .

شرح :

في هذه الطريقة يبدأ الحل من نهاية المسألة ، وتجري الخطوات بعكس مايرد في منطوق  
المسألة حتى نصل بالتسلسل الى قيمة المجهول .

المثال الاول :

في هذا المثال تسمى المسألة بالعدد ٥٠ فهو نقطة البداية ، وحيث انه نتج من ضرب  
عدد قبله في ١٠ ، فيكون العدد السابق على الـ ٥٠ هو ٥٠/١٠ ، وحيث ان هذا نتج من  
قسمه سابقة على العدد ٥ ، فالاصل انث  $\frac{50}{10}$  ، ولما كان قد زيد عليه ٣ ، فأصله ٢٥-٣=٢٢

وحيث انه ضعف العدد السابق عليه ، فمنشؤه  $\frac{22}{2} = 11$  ، وهذا مزاد عليه 2 فاصله 9 وهو حاصل ضرب العدد الأصلي في نفسه ، فالمجهول اذن جذر 9 ، اي 3 وهو العدد المطلوب  
المثال الثاني :

لما كان العدد 20 درهماً هو العدد الذي تؤول اليه المسألة في النهاية ، ولما كان قد زيد عليه 4 دراهم ، فلنبداً بطرحها ليصير 16 درهماً ، وهذا في حد ذاته مزاد عليه نصفه ، فيكون أصله :

$$10 \times \frac{2}{3} = 16 \times \frac{2}{3}$$

ثم ينقص منه 4 ليصبح  $\frac{2}{3} \times 6$  وهذا قد سبق وان زيد عليه نصفه كما هو وارد في منطوق المسألة فيكون أصله :

$$4 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \times \frac{2}{3} \text{ أي } \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times 6$$

فهو اذن العدد الاصلي المطلوب .



## الباب السادس

# في المساحة

وفيه مقدمة وثلاثة فصول :

مقدمة :

المساحة استعمال ما في الكم المتصل القار من امثال الواحد الخطي او ابعاضه ، مثل شبر او كليهما ان كان خطأ ، او امثال مربعة كذلك ان كان سطحاً ، او امثال مكعبة كذلك ان كان جسماً .

فالخط ذو الامتداد الواحد ، فمنه مستقيم وهو اقصر الخطوط (١) الواصلة بين نقطتين ، وهو المراد اذا اطلق ( فالخط ذو الامتداد ) (٢) واسماؤه العشرة مشهورة ، ولا يحيط مع مثله بسطح ، وغير المستقيم منه يركاري وهو معروف ، وغير يركاري ، ولا بحث لنا عنه .

والسطح ذو الامتدادين فقط ومستوية هو (٣) ما يقع الخطوط المخرجة عليه ، في أي جهة عليه ، فان أحاط به واحد يركاري فدائرة ، والخط النصف لها قطر ، وغير النصف وتر اسكل من القوسين ، وقاعدة لكل من القطعتين ، او قوس من دائرة ونصفاً قطرها ملتقيين عند مركزها فقطعاً ، وهو اكبر او اصغر ، او قوسان تحديتهما الى جهة غير اعظم من نصفي دائرتين فهلالى ، او اعظم فعلى ، او مختلفي التجديب متساويان ، كل اصغر من النصف فاهليجي ، او اعظم فشاجمي ، او ثلة مستقيمة ، فمثلت متساوي الاضلاع او الساقين او مختلفها ، قايم الزاوية ومنفرجها ، وحاد الزوايا ، او اربعة متساوية ، فمربع ان قامت ، وإلا فمعين ، وغير المتساوية مع تساوي المتقابلين مستطيل ان قامت ، وإلا فشبيه المعين ، وما عداها منحرفات ، وقد يخص بعضها بأسم كذي الرنقة والرنقتين ، وقثاء (٤) ، او اكثر من اربعة فكتير الاضلاع ، فان تساوت قيل محمس ومسدس وهكذا ، وإلا فذو خمسة أضلاع ، وذو ستة اضلاع وهكذا الى العشرة فيهما ، ثم ذو احدى عشرة قاعدة واثنى عشرة وهكذا فيهما (٥) .

وقد يخص البعض باسم (٥) كالدرج والمطبل (٦) وذو الشرف بضم الشين .

- 
- (١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٢) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .  
(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (٤) في المخطوط ١٢٥٣ : قساء  
(٥) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

والجسم ذو الامتدادات الثلاثة ، فان احاطه سطح يتساوي جميع (١) (الخطوط) (٢) الخارجية من داخله اليه فكرة ، ومنصفها من الدوائر عظمة ، والا فصيصة أو ستة مربعات متساوية فمكعب ، او دائرتان متساويتان متوازيتان ، و سطح واصل بينهما بحيث لو ادير مستقيم واصل بين محيطيهما عليه ، ماسة بكله في كل الدورة فاسطوانة ، وهما قاعدتها ، والواصل بين مركزيهما سهمها ، فان كان عموداً على القاعدة فاسطوانة قائمة ، وإلا فمائلة أو دائرة و سطح صنوبري مرتفع من محيطها .

(١) ناقصة في المخطوطين ٧٥ و ١٢٥٣

(٢) غير موجودة في المخطوطات الثلاث .

شرح :

يتناول العاملي في الباب السادس من كتابه تعريف كل من الخط والسطح والجسم ، ويبين انواعها المختلفة ، وكيفية تكوين الاشكال والاجسام الهندسية .

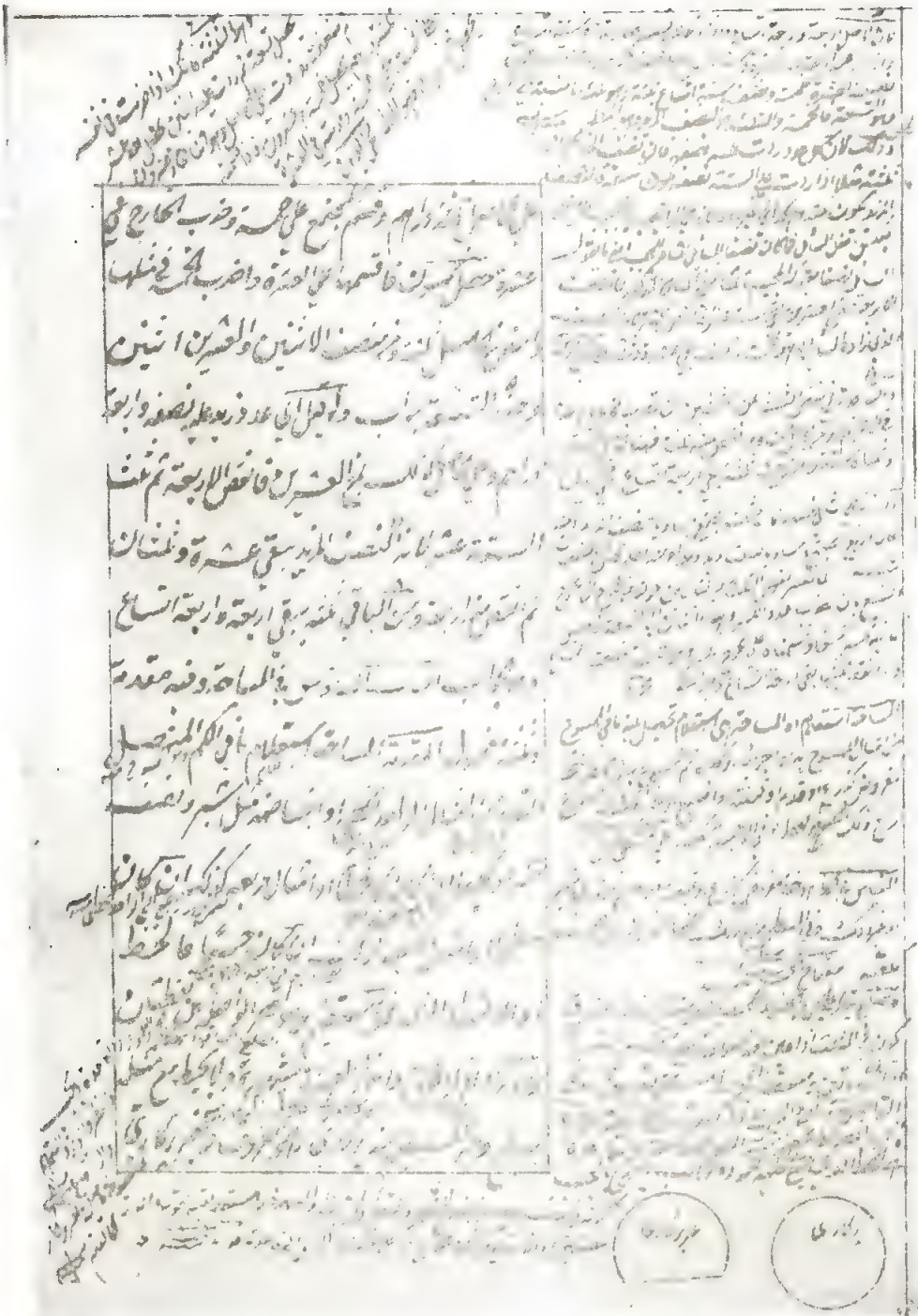
### الاشكال المستوية :

تعرض العاملي - في مجال الاشكال الهندسية المستوية - للشكل الدائري ومتعلقات الدائرة من القطر والمركز والوتر والقوس والقطاع ، كذلك عرض العاملي للاشكال المكونة من الاقواس كالاشكال المثلالية والنعلية والاهليلجية والشاحمية ، ويبين المخطوط ١٧٧٣ صور هذه الاشكال بوضوح ( شكلا ٨٤٧ ) .

عرج العاملي كذلك على الاشكال ذات الاضلاع المستقيمة ، فبدأ بالاشكال ثلاثية الاضلاع كالمثلثات بنوعها ، وثنى بالاشكال رباعية الاضلاع كالمربع والمستطيل والمعين وشبهه المعن ، وما عدا ذلك مما اسماه بالمنحرفات ، وقد خص بعض هذه المنحرفات باسماء كذي الرنقة وذو الرنقتين والقواء ، و انتهى العاملي الى الاشكال ذات الاضلاع الكثيرة ( اي اكثر من اربعة اضلاع ، كذي خمسة الاضلاع ( فان تساوت سمى مخمساً ) وهكذا ، وقد خلعت على بعض هذه الاشكال المتعددة الاضلاع اسماء خاصة منها المدرج والمطبل وذو الشرف ، وكلها مبينة صورها في المخطوط ( شكلا ٩٤٨ ) .

### الاجسام الهندسية :

عرف العاملي الجسم بانه ذو الامتدادات الثلاثة ، فعرف بالكرة والمكعب والاسطوانة القائمة والمائلة ، والمخروط القائم والمائل ، وانى بوصفها ذكراً خواصها من حيث الابعاد واشكال السطوح وعلامة قاعدة الجسم بسهمه ( أي بجوره ) وما الى ذلك من صفات وخواص هندسية .



شكل (٧)

الصفحة (٢٦) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بجلب - رقم ١٧٧٣ .



سید

برای



اصطلاح و دوسته اصطلاح و لهذا الى العشرة فبما انهم اجمعوا على  
قاعدة و اثني عشر و هكذا فيها و قد يتحقق البعض باسم كل طرح  
و قد يالشرف بعلم التبيين و جسم ذو الائمة لو انفسه  
فان احاط سطح بيدي جميع خارجة من داخل اليه فأكبر  
و مصنف في الدوائر عظيمة و الاقصية او ستة ترعا متساوية  
فكلعب و دوائر ان متساوية ان متوازيتان و سطح و اصل  
بينهما يجب لو ادير يستقيم و اصل بين محيطيه عليه مائة بحرية كل  
الدورة فاسطوانة و هما قاعدتاها و الواصل بين مركزيهما  
سهمها فان شاعروا على القاعدة فالاكطوانة قائمة و الا  
فخايلة و الدائرة و سطح صنوبري و ارتفاع من محيطه ما متساوية  
الي نقطة يجب لو ادير يستقيم و اصل بينهما مائة بحرية في كل  
الدورة فخرطوا عليهم و اقبل و بي قاعدته و الواصل بين مركزيهما  
و النقطة سهمه و ان قطع بمسوتوازيها فاعليه انهم فخرطوا  
ناقص فخرطوا فخرطوا و الاكطوانة ان كانت مقلوبة فكل  
منها مقلوب متشابه فلهذا اكثر الاصطلاحات المدة و له فيهم الفن

مشکل (۹)

الصفحة (٢٨) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .

متضابقاً الى نقطة بحيث لو أدير مستقيم واصل بينهما ، ماسة لكاه في كل الدورة فمخروط قايم أو مائل ، وهي قاعدته والواصل بين مركزها والنقطة سهمة ، وإن قطع بمستوى يوازئها فما يليها منه مخروط ناقص ، وقاعدة المخروط والاسطوانة ان كانت مضلعة فكل منها مضلع مثلها ، فهذه اكثر الاصطلاحات المتداولة في هذا الفن .

## الفصل الاول : في مساحة السطوح المستقيمة الاضلاع

أما المثلث فقايم الزاوية منه يضرب احد المحيطين بها في نصف الآخر ، ومنفرجها يضرب العمود المخرج منها على وترها في نصف الوتر أو بالعكس ، وحاد الزوايا بضرب (١) مخرجاً من أيها عموداً (٢) على وترها كذلك ، ويعرف انه اى الثلاثة بتربيع أطول اضلاعه ، فإن ساوى الحاصل مربعي الباقين فهو قايم الزاوية ، أو زاد فمفرجها ، أو نقص فالحاد ، وقد يستخرج العمود بجعل الاطول قاعدة ، وضرب مجموع الاقصرين في تفاضلها ، وقسمه الحاصل عليها ، ونقص الخارج منها ، فنصف الباقي هو بعد موقع العمود عن طرف اقصر الاضلاع ، فاقم منه خطاً الى الزاوية فهو العمود ، فاضربه في نصف القاعدة يحصل المساحة .

ومن طرق مساحة متساوي الاضلاع ضرب مربع ربع ربع أحدها في ثلاثة أبدأ ، فجنذر الحاصل جواب .

وأما المربع فاضرب احد اضلاعه في نفسه .

والمستطيل في مجاوره .

والمعين نصف احد قطريه في كل الآخر .

وباقى ذوات الاربعة ، تقسم مثلثين ، فمجموع المساحتين مساحة المجموع .

ولبعضها طرق خاصة لا تسعها الرسالة .

---

(١) في المخطوط ٧٥٣ : تضربه . (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح : خصص العمالي هذا الفصل لبيان كيفية إيجاد مساحة الاشكال المستوية ذات الاضلاع المستقيمة كالمثلث بانواعه والمربع والمستطيل والمعين والاشكال الرباعية الاخرى والاشكال كثيرة الاضلاع ، وفي هذه الاخرية يلجأ - عموماً - الى تقسيم الشكل الى مثلثات تعين مساحتها المنفردة ثم تجمع لتعطى مساحة الشكل المطلوب .

واما كثير الاضلاع فليسندس والثمن فصاعداً من زوج الاضلاع تضرب نصف قطره (١) في نصف مجموعها ، فالخاصل جواب ، وقطره الواصل بين منتصفى متقابليه ، وما عداها يقسم بثلاث ويسح ، وهو اسم الكمل ، ولبعضها طرق كذوات الاربعة .

## الفصل الثاني : في مساحة بقية السطوح

اما الدائرة فطبق خيطاً على محيطها ، واضرب نصف قطرها في نصفه ، او الق من مربع قطرها سبعة ( ونصف سبعة ) (٢) ، او اضرب مربع القطر في احد عشر ، واقسم الخاصل على اربعة عشر ، وان ضربت القطر في ثلثة وسبع حصل المحيط ، او قسمت المحيط عليه خرج القطر .

واما قطاعها فاضرب نصف القطر في نصف القوس .

واما قطعناها فحصل مركزيهما وكملهما قطاعين ليحصل مثلث فانقصه من القطاع الاصغر ليقى مساحة الصغرى ، او زده على الاعظم ليحصل مساحة الكبرى .

واما الهلالي والنعلبي فصل طرفيهما ، وانقص مساحة القطعة الصغرى من الكبرى .

واما الاهليجي والشلجمي فاقسمهما قطعتين .

واما سطح الكرة فاضرب قطرها في محيط عظيمتها ، او مربع قطرها في اربعة ، وانقص من الخاصل سبعة ونصف سبعة ، ومساحة سطح (١) قطعيتها تساوي مساحة دائرة نصف قطرها بساوي خصاً واصلاً بين قطب القطعة ومحيط قاعدتها .

واما سطح الاسطوانة المستديرة القائمة ، فاضرب الواصل بين قاعدتيها الموازي لسهمها في محيط القاعدة .

واما سطح المخروط المستدير القائم ، فاضرب الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته- في نصف محيطها .

وما لم يذكر من السطوح يستعان عليه بما ذكر .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ قطرها . (٢) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

يختص الفصل الثاني بايجاد مساحة الدائرة وقطاعيها وقطعيتها ، كذا مساحة الاشكال الهلالية والنعلية والاهليجية والشلجمية .

ويعرج العاملي بعد ذلك الى تعيين مساحة اسطح الاجسام الهندسية ، فيعرض لسطح الكرة وسطح الاسطوانة المستديرة القائمة ، وسطح المخروط المستدير القائم .

### الفصل الثالث : في مساحة \* الاجسام

أما الكرة فاضرب نصف قطرها في ثلث سطحها، أو التي من مكعب القطر سبعة ونصف سبعة ، ثم من<sup>(١)</sup> الباقي كذلك ، وأما قطعها<sup>(٢)</sup> فاضرب<sup>(٣)</sup> نصف قطر الكرة في ثلث سطح القطعة .

وأما الاسطوانة مطلقاً ، فاضرب ارتفاعها في مساحة قاعدتها .

وأما المخروط التام مطلقاً ، فاضرب ارتفاعه في ثلث مساحة قاعدته ، وأما المخروط الناقص المستدير ، فاضرب قطر قاعدته العظمي في ارتفاعه ، واقسم الحاصل على التفاوت بين قطري القاعدتين يحصل ارتفاعه لو<sup>(٤)</sup> كان تاماً ، والتفاضل بين ارتفاعي التام والناقص ارتفاع المخروط الأصغر المتم له ، فاضرب ثلثه في مساحة القاعدة الصغرى تحصل مساحته ، فاسقطها من مساحة التام .

وأما المضلع فاضرب ضلعاً من قاعدته العظمي في ارتفاعه ، واقسم الحاصل على التفاضل بين أحد اضلاعه<sup>(٥)</sup> وآخر من الصغرى ليحصل مساحة التام ، وكمل العمل . مفصلة<sup>(٦)</sup>

وبراهين هذه الاعمال في كتابنا الكبير المسمى « بحر الحساب » وفقنا الله تعالى لاتمامه .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : و (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : قطعتها

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٤) في المخطوط ١٢٥٣ : إن .

(٥) في المخطوط ٢٥٣ : اضلاعها (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

★ يعني بها الحجم وليس مساحة السطح ، ويبدو أن المصنف يستعمل كلمة المساحة في معنى القياس

شرح :

يقصد العاملي في هذا الباب الى تعيين أحجام الاجسام الهندسية المنتظمة ، فيعين أحجام الاجسام المألوفة كالكرة والاسطوانة ، والمخروط التام ، والمخروط الناقص المستدير ، كذا حجم المضلع .

وفي الواقع فإن ما ذكره العاملي في الباب السادس لم يأت فيه بجديد حيث ان المعلومات التي أوردها فيه كانت معروفة تماماً من قبل لا سيما وان الاغريق قد سبق وان افرغوا جانباً كبيراً من جهودهم الفكري في مجال الهندسة من اشكال مستوية واجسام منتظمة ، ولعل مؤلفات إقليدس تقف خير شاهد على سبق الاغريق في هذا المضمار .



## الباب السابع

# فِيمَا يَتَّبِعُ الْمَسَاهِمَاتُ مِنْ وَزْنِ الْأَرْضِ لِأَجْرَاءِ الْقُنُوتِ وَمَعْرِفَةِ أَرْتِفَاعِ الْمَرْتَفَعَاتِ ، وَعَرُوضِ الْأَنْهَارِ ، وَأَعْمَاقِ الْأَبَارِ وَفِيهِ ثَلَاثَةُ فُصُولٍ .

### الفصل الاول : في وزن الارض لاجراء اقنوتات

اعمل صفحة مثلثة<sup>(١)</sup> من نحاس ونحوه متساوية الساقين ، وبين طرفي قاعدتها عروقتان ، وفي موضع العمود منها خيط رفيع مثقل ، واسلكها في منتصف خيط ، وضع طرفيه على خشبتين مقومتين متساويتين بمعدلتين بالثقالتين ، والجلاجل بيدي رجلين بينهما بقدر<sup>(٢)</sup> الخيط ، وقد جرت العادة يكون الخيط خمسة عشر ذراعاً بذراع اليد ، وكل من الخشبتين خمسة اشبار وانظر الى<sup>(٣)</sup> الشاقولي ، فان انطبق خبطه على زاوية الصفيحة<sup>(٤)</sup> فالوقوفات متساويان ، والا فنزل الخيط عن رأس الخشبة الى ان يحصل الانطباق ، ومقدار النزول (و)<sup>(٥)</sup> هو الزيادة ، ثم انقل احد الرجلين الى الجهة التي تريد وزنها ، وتحفظ كلا<sup>(٦)</sup> من الصعود والنزول على حدة ، وتلقي القليل من الكثير ، فالباقي تفاوت السكانيين ، فان تساوى شق اجراء الماء ؛ والا سهل أو امتنع ، وان شئت فاعمل انبوبة ، واسلكها في الخيط ؛ واستعن بالماء واستغن عن الشاقول والصفيحة<sup>(٧)</sup>

### طريق آخر

قف على البئر الاول ، وضع عضادة الاسطرلاب على خط المشرق والمغرب ، وتأخذ آخر قعصة يساوي طولها عمقه ، ويذهب في الجهة التي تريد سوق الماء اليها ناصبا لها فانظر اليها<sup>(٨)</sup> الي ان ترى رأسها في القبتين ، فهناك يجري الماء على وجه الارض ، وان بعدت المسافة

- 
- (١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ . (٢) في المخطوط ٧٥٣ : مقدار . (٣) ناقصة في المخطوط ٢٥٣ .  
(٤) في المخطوط ١٧٧٣ : الصفحة . (٥) زائدة في المخطوط ٧٥٣ (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣  
(٧) في المخطوط ١٧٧٣ : الصفحة .  
(٨) ناقصة في المخطوطية ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

بحيث لا ترى رأسها ، فاشتعل<sup>(١)</sup> فيها سراجا ، واعمل ذلك ليلا .

---

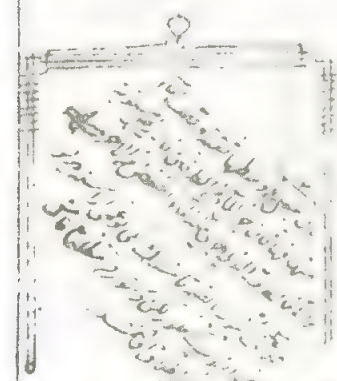
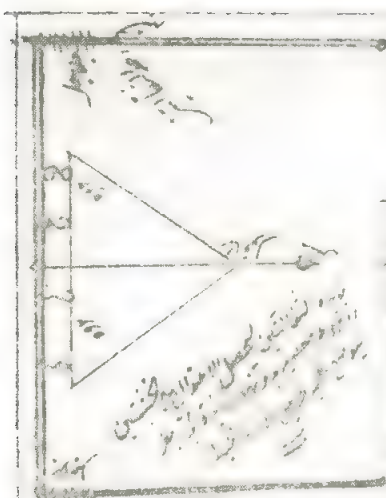
(١) في المخطوط ٢٥٣ : فاشتعل

شرح :

يعرض العاملي في هذا الفصل طرقا مختلفة لايجاد فرق النسوب ( أي فرق الارتفاع ) بين موضعين على الارض ، وقد عبر العاملي عن هذه العملية « بوزن الارض » وتعتبر عملية اسامية لمعرفة مدى الانحدار في الارض حتى يمكن شق القنوات لينساب الماء من الموضع العالي الى موضع المنخفض من الارض ، اذ انه لو كان الموضعان المختبران عند مستو واحد لامتنع شق القنوات .

ففي الطريق الاول - ويوضحه الرسم المبين بالمخطوط ١٧٧٣ ( شكل ١٠ ) - يستعان بصفيحة مثلثة متساوية الساقين معلقة بحيث يكون رأس المثلث الى اسفل وقاعدته موازية للخط الواصل بين قمتين خشبيتين متساويتين ، وبين وضع الصفيحة المثلثة خيط الشاقول المثبت عند منتصف الخيط المستعرض الواصل بين القائمين ، ومن المعروف ان خيط الشاقول ( خيط زفيغ يحمل ثقلا عند طرفه السفلي ويتجه - بالجاذبية الارضية - نحو سطح الارض ) يتخذ دوما وضعاً رأسياً ، القائمين الجانبين في مستوي افقي واحد ، اما في حالة عدم الانطباق فانه يجري ازالة الخيط المستعرض الواصل بين القائمين حي يتم انطباق خط تماثل الصفيحة ( الخط المسقط من رأس المثلث المتساوي الساقين على قاعدته ) على خيط الشاقول وفي هذه الحالة يكون مقدار إزاحة الخيط المستعرض عن موضعه الاصلي عند احد القائمين مساوياً لفرق النسوب بين موضعي القائمين .

يذكر العاملي كذلك طريقتين اخريين «لوزن الارض» تستخدم في أحدهما أنبوبة نسلك في الخيط مع الاستعانة بالماء على حد تعبيره ، ولعل العاملي يشير هنا الى ما نعرفه اليوم بميزان الماء ، أما الطريق الثالث الذي اشار اليه العاملي فانه يستعان فيه بجهاز الرصد المعروف بالاسطرلاب .



ليعلم ان رفع الماء وسط الحوض من الماء المستحب  
 والافضل ما هو دونه من الماء المستحب  
 طين آخر كنج خط الحار من طين النهر  
 وازال من حوضه من حوضه من حوضه من حوضه  
 الكسار من حوضه من حوضه من حوضه  
 الى الحوض من حوضه من حوضه من حوضه  
 البقية من حوضه من حوضه من حوضه  
 فوجد ان حوضه من حوضه من حوضه

يتبع من مائة متبني متساويين معدلتين بالتساوي  
 وجعل لبيدي جيلين بينهما بقدر الخط وقدرت العادة يكون  
 الخط خمسة عشرة ذراعاً من الزرع اليد وكل الخط بين خمسة  
 مسدود النظر إلى أن يكون فان التبع خط على زاوية الصغرى  
 فالوقت متساويان فانه الخط من رأس الخشب إلى النقطة  
 الخط بارق ومعد النزول هو الزيادة ثم على من رجلين  
 إلى الجهة التي تريد وزنها وخط في السعد والنزول على جهة  
 وتسمى القليل المسبوق بالتي تسمى الثانيان فيان تساويان  
 شق جزء الماء أو الأسفل واضع وان شئت فقل انبوبة واسمها  
 في الخط واستعمل بالآلة استعمل من الساعات فيكون صديق آخر  
 فن على البئر الأول وضع عضاوة الأسطلاب على خط المشرق  
 والمغرب وانه آخر قصبه تساوي طولها معه فذهب في الجهة  
 التي تريد سرق الماء إليها فاصبها إلى أن ترى رأسها في النقطة  
 فنما كيرجي الماء على وجه الأرض وان بعدت المسافة بحيث  
 لا ترى رأسها فاشعل فيه لرجاء أو من ذلك الليل الغفل الثاني

شکل (۱۰)

الصفحة ( ٢٣ ) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣

## الفصل الثاني : في معرفة ارتفاع المرتفعات

ان أمكن الوصول الى مسقط حجرها ، وكانت (١) في أرض مستوية ، فانصب شاخصاً ، وقف بحيث يمر شعاع بصرك على رأسه الى رأس المرتفع ، ثم امسح من موقفك الى أصله ، واضرب المجتمع في فضل الشاخص على قامتك ، واقسم الحاصل على ما بين موقفك وأصل الشاخص ، وزد قامتك على الخارج ، فهو المطلوب .

طريق آخر :

ضع على الارض مرآة بحيث ترى رأس المرتفع فيها ، واضرب ما بينها وبين أصله في قامتك ، واقسم الحاصل على ما بينها وبين موقفك ، فالخارج هو الارتفاع .

طريق آخر :

انصب شاخصاً ، واستعلم نسبة ظله اليه ، فهي بعينها نسبة ظل المرتفع اليه .

طريق آخر :

استعلم قدر الظل . وارتفاع الشمس مـ (٢) ، فهو قدر المرتفع .

طريق آخر :

ضع شطية الاسطرلاب (٣) على مـ (٤) ، وقف بحيث ترى رأس المرتفع من الثقبين ، ثم امسح من موقفك الى أصله ، وزد قامتك على الحاصل ، فالجتماع هو المطلوب .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : كان .

(٢) كذا في الاصل ، وفي هامش المخطوط ١٢٥٣ كتب امام مـ خمسة وأربعين ، ، وهذا صحيح بحساب الجمل ، فيكون المقصود « نصف قائمة » .

(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : الارتفاع .

(٤) نود الإشارة هنا الى ان العرب قد استعملوا في كتاباتهم بعض اختصارات الكلمات التي يتكرر ورودها ، فمن امثال هذه الكلمات المختصرة : المص للمصنف ، وظ لكلمة ظاهر ، ومم لكلمة ممكن ، وح للمصحح ، ومح لكلمة محال ، وبق لكلمة يقال ، والمط للمطلوب ، وغيرها كثير .

وبراهين هذه الاعمال مبينة في كتابنا الكبير .

ولي على الطريق الآخر <sup>(١)</sup> برهان لطيف لم يسبقني أحد اليه ، اوردة في تعليقاتي على فارسية الاسطرلاب :

واما ما لا يمكن الوصول الى مسقط رأسه ( كالجبال ، فابصر <sup>(٢)</sup> رأسه <sup>(٣)</sup> من الثقبين ، ولاحظ الشطية التحتانية على اي خط <sup>(٤)</sup> من خطوط الظل وقعت ، واعلم موقفك وادرها الى ان يزيد او ينقص قدم او اصبع ، ثم تقدم او تأخر الى ان تبصر <sup>(٥)</sup> رأسه مرة اخرى ، ثم امسح ما بين موقفيك <sup>(٦)</sup> ، واضربه في سبعة ، او اثني عشر ، بحسب الظل ، فالحاصل مع قدر قامتك ، وهو المطلوب .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

(٢) في المخطوط ١٧٧٣ : فانظر .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٤) ناقصة في المخطوطين ١٧١٣ ، ٧٥٣

(٥) في المخطوط ١٢٥٣ : تنظر .

(٦) في المخطوط ١٧٧٣ : موقفك

شرح :

يتناول العملي في هذا الفصل تحديد الطرق التي يمكن بها تحديد ارتفاع مرتفع ما .

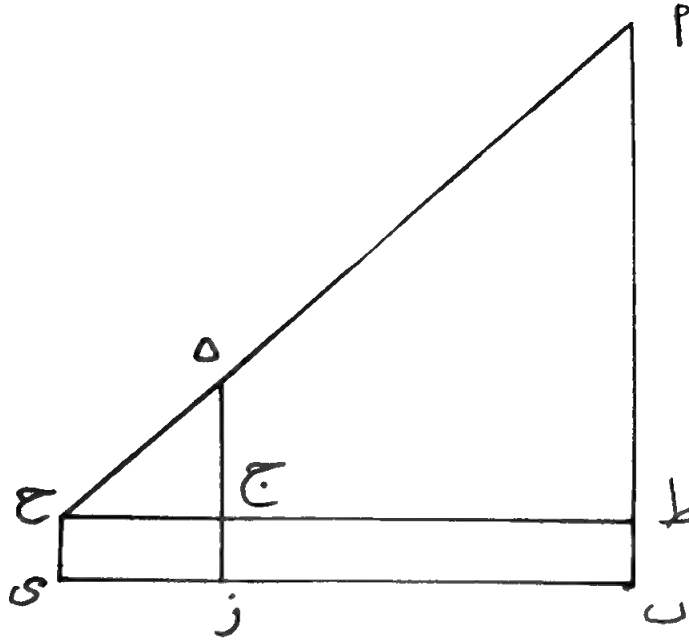
ففي الطريق الاول يستعان بشاخص ويتم الرصد بحيث يمر شعاع بصر الراصد برأس الشاخص ورأس المرتفع في آن واحد ، ثم يتم تحديد المسافات بين المرتفع والشاخص وموقف الراصد على ماهو وارد بتين المخطوط

هذا وقد وجدنا في هامش المخطوط ١٢٥٣ برهانا لهذا الطريق في تعيين ارتفاع المرتفع نوره بلفظه فيما يلي :

« برهانه على ما أوردناه في كتابنا الكبير ( يقصد كتاب العملي : « بحر الحساب » الذي يبدو انه لم يكتب له ان يتم ) :

نقضى المرتفع لـ ب ، والشاخص هـ ز ، والقامة ح ي ، والثلاثة اعمدة على خط يـ ز وهو الافق ، وح هـ الخط الشعاعي ، ولنخرج من خط ح ي ح ج ط موازياً

شرح :



شكل ( ١١ )

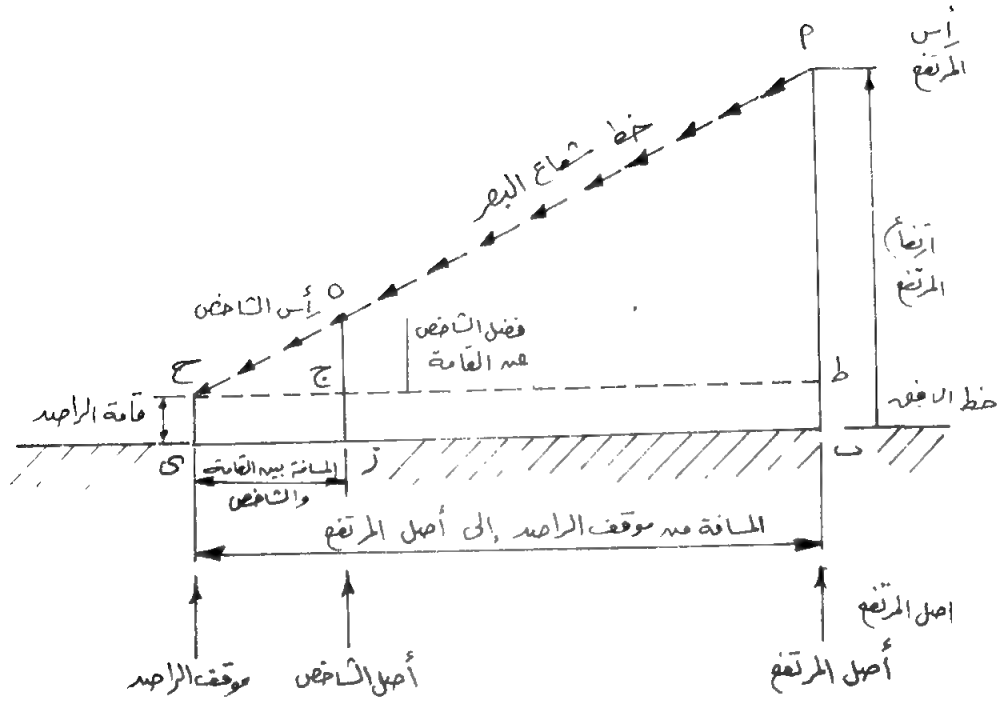
تعيين ارتفاع مرتفع بالاستعانة بشاخص ( برهان العملي )

الافق ، وكل من سطحي ح ج ، ز ب ( في المخطوط : ح ز ج ب ، وهو تحريف من الماسخ ) يتساوى متقابلان يشكل لد ★ من اولى الاصول ، وفي مثلثي ح ج هـ ، ح ط م زاوية ح مشترك ، وزاويتا ج ، ط قائمتان يشكل كط ★ من الاولى ، وزاويتا ح هـ ج ، ح م ط متساويتان أيضاً فيشكل ي ★ من السادس يكون نسبة ح ج [ الى ح ط ] - وهو ما بين موقفك [ والشاخص ] وأضل المرتفع - كنسبة ج هـ - وهو فضل الشاخص على قائمتك - الى م ط وهو المجهول . فاذا ضربت أحد الوسطين في الآخر وقسمت الحاصل على الطرف المعلوم ، خرج م ط المجهول ، فأضف اليه قائمتك المساوية لـ ب ط يحصل المط ( يقصد المطلوب ) . »

( ★ كذا في هامش المخطوط ) ، ويمكن تتبع هذا البرهان بالرجوع الى شكل (١١) .

ونشرح هذا الطريق بالرسم المبين تاليه مستخدمين نفس الرموز التي استخدمها العملي في برهانه ( شكل ١٢ ) .

شرح :



شكل ( ١٢ )

تعيين ارتفاع مرتفع برصد رأسي المرتفع وشاخص

$$\text{وبتوضيح من تشابه المثلثين } \triangle PCH \text{ ، } \triangle QCH \text{ ، ان } \frac{PH}{CH} = \frac{QH}{CH}$$

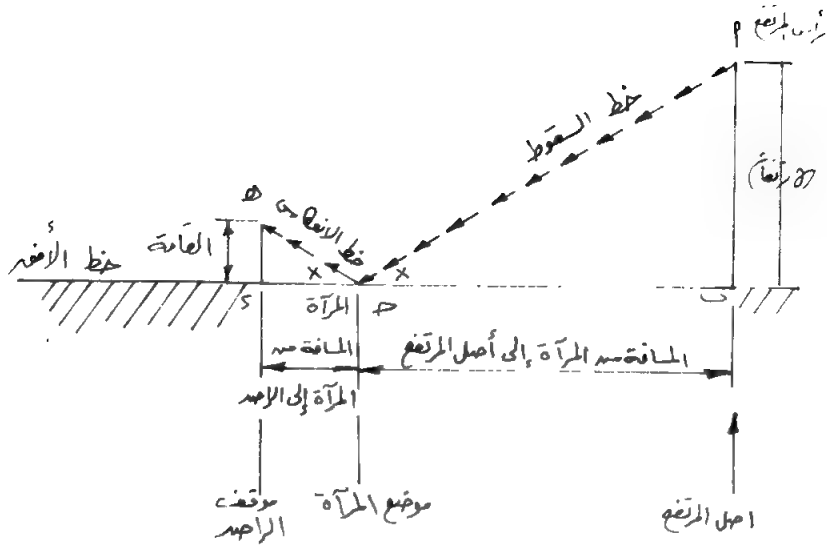
اي ان :  $\frac{\text{ارتفاع المرتفع} - \text{طول قمة الراصد}}{\text{المسافة من موقع الراصد إلى أصل المرتفع}} = \frac{\text{ارتفاع المقياس} - \text{طول قمة الراصد}}{\text{المسافة من موقع الراصد إلى أصل المقياس}}$

فيكون ارتفاع المرتفع =  $\frac{\text{المسافة من موقع الراصد إلى أصل المرتفع} \times (\text{ارتفاع المقياس} - \text{ارتفاع الراصد})}{\text{المسافة من موقع الراصد إلى أصل المقياس}}$

+ طول قمة الراصد

وفي الطريق الثاني يلجأ الراصد إلى مرآة يضعها على الأرض ، ويبعد عنها في الطرف المعاكس المرتفع حتى يرى رأس المرتفع ، وتبين شكل ( ١٣ ) الفكرة التي تقوم عليها هذه الطريقة مع برهانها الهندسي .

$$\frac{أب}{ب} = \frac{هـ د}{د}$$



شكل ( ١٣ )

تعيين ارتفاع مرتفع باستخدام مرآة مستوية

ولما كان خط السقوط وخط الانعكاس عن المرآة يصنعان زاويتين متساويتين مع خط الأفق فإن المثلثين أبـهـ، هـدـ مثلثان متشابهان ، ومنه نحصل على العلاقة :

$$\frac{أب}{ب} = \frac{هـ د}{د}$$

$$\text{أي أن : } \frac{\text{ارتفاع المرتفع}}{\text{المسافة من المرآة إلى أصل المرتفع}} = \frac{\text{طول قامة الراصد}}{\text{المسافة من المرآة إلى موقف الراصد}}$$

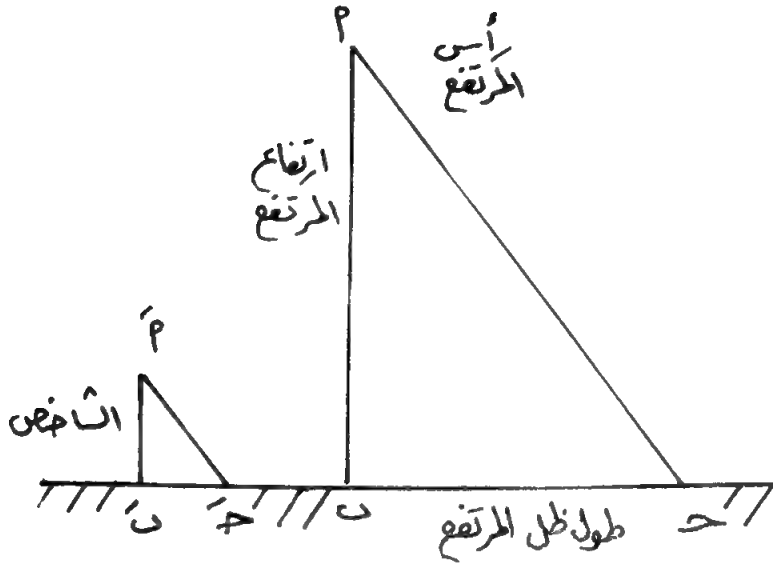
$$\text{وبذلك يكون ارتفاع المرتفع} = \frac{\text{طول قامة الراصد} \times \text{المسافة من المرآة إلى أصل المرتفع}}{\text{المسافة من موضع المرآة إلى موقف الراصد}}$$

أما في الطريق الثالث فانه يستعان بقياس طول ظل المرتفع في تحديد ارتفاعه على اساس ان نسبة طول ظل المرتفع الى ارتفاعه تساوي نسبة طول ظل شاخص معين الى ارتفاعه .



وبين من شكل (١٤) أن هناك تشابهاً في المثلثين الخاصين بالمرتفع والشاخص . من ذلك نتج العلاقة :

$$\frac{P'p}{u'u} = \frac{p}{u}$$



شكل (١٤) - تعيين ارتفاع مرتفع بطريق قياس الظل

$$\text{أي أن } \frac{\text{ارتفاع المرتفع}}{\text{طول ظل المرتفع}} = \frac{\text{ارتفاع الشاخص}}{\text{طول ظل الشاخص}}$$

وبقياس ارتفاع الشاخص وطول ظله ، كذلك قياس ظل المرتفع فإنه بالتعويض في المعادلة المتقدمة يمكن تعيين ارتفاع المرتفع ، ومن الواضح أنه يشترط في هذه الطريقة إمكان قياس ظل المرتفع .

أما الطريقتان الباقيتان فهما يعتمدان على تكوين مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين أي أن تكون كل من زاويتي المتساويتين نصف قائمة ، وبذلك يكون قدر المرتفع مساوياً لقدر ظله ( عندما تكون الشمس مثلاً مائلة بقدار ٤٥° على خط الافق ، أو عندما يضبط الاسطرلاب ليتخذ هذا الميل مع ادخال قائمة الراصد في الاعتبار )

## الفصل الثالث : في معرفه عروض<sup>(١)</sup>

### الانهار ، وأعماق الآبار

اما الاول فقف على شاطئ النهر وانظر جانبه الآخر من ثقبتي المضادة ، ثم ادر<sup>(٢)</sup> الى ان تري شيئا من الارض منهما ، والاسطرلاب على وضعه ، فما بين موقفك وذلك الشيء يساوي عرض النهر .

واما الثاني فانصب<sup>(٣)</sup> على البئر ما يكون بمنزلة قطر تدويره ، والى ثقيل مشرقاً من منتصف القطر بعد اعلامه ، ليصل الى قعر البئر بطبعه ، ثم انظر المشرق من ثقبتي المضادة بحيث يمر الخط الشماعي مقاطعا للقطر اليه ، فاضرب ما بين العلامة ونقطة التقاطع في قامتك ، واقسم الحاصل على ما بين النقطة وموقفك ، فالخارج عمق البئر .

(١) ناقصة المخطوط ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : در

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : فانصف وهو تحريف واضح .

شرح :

يصف العامل كيفية تعيين عرض نهر ما باستخدام الاسطرلاب ، وتقوم فكرة الرصد على اساس ان يكون عرض النهر ضلعاً في مثلث قائم الزاوية عند الراصد ومتساوي الساقين ، فأحد الضلعين في هذا المثلث هو عرض النهر والضلع الآخر هو المسافة من موقف الراصد إلى الشيء الذي يرى من الارض من ثقبتي مضادة الاسطرلاب بعد إدارته ، أي أنه في هذه الطريقة ننقل - بطريق المثلث القائم المتساوي الساقين - مقدار عرض النهر إلى مسافة يمكن قياسها على اليابسة ( جانب النهر ) .

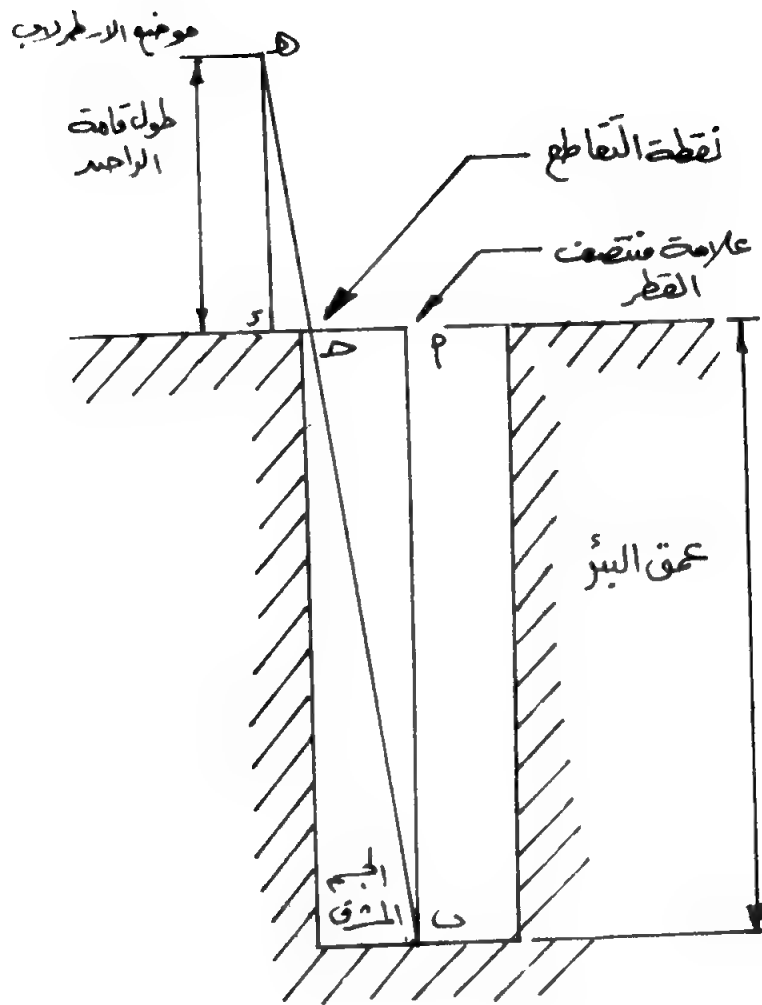
اما طريقة قياس عمق بئر ما فتعتمد على تكوين مثلثين متشابهين كما هو موضح في الشكل (١٥) حيث نجد ان :

$$\frac{د ه}{د ح} = \frac{أ ب}{أ ح}$$

أي ان :  $\frac{\text{عمق البئر}}{\text{المسافة بين علامة منتصف القطر ونقطة التقاطع}} = \frac{\text{طول القامة}}{\text{المسافة بين نقطة التقاطع وموقف الراصد}}$

فيكون عمق البئر =  $\frac{\text{ما بين العلامة ونقطة التقاطع} \times \text{القامة}}{\text{ما بين نقطة التقاطع وموقف الراصد}}$

وهو ما جاء بمتن المخطوط .



شكل (١٥) - قياس عمق بئر باستخدام الامطارلاب

## الباب الثامن

# في استخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة

وفيه فصلان :

### الفصل الاول : في المقدمات

يسمى المجهول شيئاً ، ومضروبه في نفسه مالاً ، وفيه كعباً وفيه مال مال ، وفيه مال كعب ، وفيه كعب كعب ، وهكذا الى غير النهاية ، يصير مالين وكعباً ، ثم احدهما كعباً ، ثم كل منهما كعباً ، فسابع المراتب مال مال الكعب ، وثامنها : مال كعب الكعب ، وتاسعها . كعب كعب الكعب ، وهكذا ، والكل متناسبة صعوداً ونزولاً ، فنسبة مال المال الى الكعب ، كنسبة الكعب الى المال ، والمال الى الشيء ، والشيء الى الواحد ، والواحد الى جزء الشيء ، وجزء الشيء الى جزء المال ، وجزء المال الى جزء الكعب ، وجزء الكعب الى جزء مال المال ، واذا اردت ضرب جنس في آخر ، فان كانا في طرف واحد ، فاجمع مراتبهما ، وحاصل الضرب يسمى المجموع ، كمال الكعب ، في مال مال الكعب ، الاول خماسي ، والثاني سباعي ، فالحاصل كعب كعب كعب (١) الكعب (٢) اربعاً ، وهو في الثانية عشر ، او في طرفين ، فالحاصل من جنس الفضل ، في طرف ذي الفضل ، فجزء مال المال ، في مال الكعب ، الحاصل الجذر ، وجزء كعب كعب الكعب ، في مال مال الكعب ، الحاصل جزء المال ، وان لم يكن فضل ، فالحاصل من جنس الواحد .

وتفصيل طرق القسمة والتحذير وباقي الاعمال (هو) (٣) موكول الى (٤) كتابنا الكبير . ولما [كانت الجبريات التي انتهت اليها افكار الحكماء منحصرة في الست ،] (٥) وكان بناؤها على العدد والاشياء والاموال ، وكان هذا الحدود متكفلاً بمعرفة ( جنس ) (٦) جنسية حاصل ضربها ، وخارج قسمتها ، اوردناه تسهيلاً واختصاراً (٧) ، وهذه صورته :

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣

(٢) في المخطوطين ١٧٧٣ ، ١٢٥٣ : كعب .

(٣) زائدة في المخطوط ١٢٥٣

(٤) في المخطوط ١٢٥٣ : في

(٥) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

(٦) زائدة في المخطوط ١٧٧٣

(٧) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح : يقدم العاملي في هذا الفصل بعض التعاريف الخاصة بعلم الجبر مثل المجهول او الشيء ، والمال ، والكعب ومراتبها ، كذا أجزاء الشيء والمال والكعب ومراتبها ايضاً ، ونبين فيما يلي كشفاً مقارناً لهذه التعاريف ومقابلها الرياضي كما نستعمله اليوم :

التعبيرات التي استعملها العلماء العرب	المقابل الرياضي المصري
المجهول او الشيء	س
المال = مضروب الشيء في نفسه	$س \times س = س^2$
الكعب = مضروب الشيء في ماله	$س \times س^2 = س^3$
مال مال	$س^2 \times س^2 = س^4$
مال كعب	$س^2 \times س^3 = س^5$
كعب كعب	$س^3 \times س^3 = س^6$
مال مال كعب	$س^2 \times س^2 \times س^3 = س^7$
مال كعب كعب	$س^2 \times س^3 \times س^3 = س^8$
كعب كعب كعب	$س^3 \times س^3 \times س^3 = س^9$
مال مال كعب كعب	$س^2 \times س^2 \times س^3 \times س^3 = س^{10}$
مال كعب كعب كعب	$س^2 \times س^3 \times س^3 \times س^3 = س^{11}$
كعب كعب كعب كعب	$س^3 \times س^3 \times س^3 \times س^3 = س^{12}$
جزء الشيء	$\frac{1}{س} = س^{-1}$
جزء مال	$\frac{1}{س^2} = س^{-2}$
جزء كعب	$\frac{1}{س^3} = س^{-3}$

وهكذا ، فلفظ جزء يعني مقلوب ، او بتعبيرنا الرياضي عكس اشارة الأس .  
ومن الواضح ان حاصل ضرب أشياء مرفوعة الى أسس متعددة يساوي الشيء مرفوعاً الى أس يساوي مجموع أسس ( او قوى ) الاشياء المضروبة في بعضها البعض .  
وقد أشار العاملي الى ان الجبريات تبنى على عناصر او اجناس ثلاثة هي :

العدد : وهو ما لا يشتمل على الشيء او المجهول

الاشياء : وهي المحتوية على المجهول : س

الاموال : وهي المحتوية على مربع المجهول او الشيء :  $س^2$

وقد اورد جدولا يبين حاصل ضرب وخارج قسمة هذه الاجناس .

		١	
١	جزء الشيء	نصف	٢ شيء
٢	جزء مال	ربع	٤ مال
٣	جزء كعب	ثمنه	٨ كعب
٤	جزء مال مال	نصف ثمنه	١٦ مال مال
٥	جزء مال كعب	ربع ثمنه	٣٢ مال كعب
٦	جزء كعب كعب	ثمنه ثمنه	٦٤ كعب كعب
٧	جزء مال مال كعب	نصف ثمنه ثمنه	١٢٨ مال مال كعب
٨	جزء مال كعب كعب	ربع ثمنه ثمنه	٢٥٦ مال كعب كعب
٩	جزء كعب كعب كعب	ثمنه ثمنه ثمنه	٥١٢ كعب كعب كعب
١٠	جزء مال مال كعب كعب	نصف ثمنه ثمنه ثمنه	* ١٠٢٤ مال مال كعب كعب
١١	جزء مال كعب كعب كعب	ربع ثمنه ثمنه ثمنه	* ٢٠٤٨ مال كعب كعب كعب
	جزء كعب كعب كعب كعب	ثمنه ثمنه ثمنه ثمنه	* ٤٠٩٦ كعب كعب كعب كعب

في المخطوط ١٧٧٣ : ١٢ ، ٢٥ ، ٤٥٩٦ وهي أرقام محرفة .  
هذا الجدول في هامش المخطوط ٧٥٣ ، صفحة ٣٩ .



المقسوم						
	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	
جزء المال	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء اللعب	جزء مال المال	
جزء الشيء	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء اللعب	الشيء
الواحد	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	الواحد
الشيء	اللعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء الشيء
المال	مال المال	اللعب	المال	الشيء	الواحد	جزء المال
	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	

تضرب عدد (١) احد الجنسين في الآخر ، فالحاصل عدد حاصل الضرب من جنس الواقع في ملتقى المضروبين ، وان كان استثناء ويسمى المستثنى منه زائداً ، والمستثنى ناقصاً ، وضرب الزائد في مثله ، والناقص في مثله زايد ، والمختلفين ناقص ، فاضرب الاجناس بعضها في بعض ، واستثنى الناقص من الزائد ، فمضروب عشرة اعداد وشيء في عشرة اعداد إلا شيئاً مائة إلا مالاً ، ومضروب خمسة اعداد الا شيئاً ، في سبعة اعداد الا شيئاً ، خمسة وثلاثون عدداً ومال إلا اثني عشر شيئاً ، ومضروب اربعة اموال ومئة اعداد الا شيئين ، في ثلاثة اشياء إلا خمسة اعداد ، اثني عشر كعباً وثمانية وعشرون شيئاً الا مئة وعشرين فالأ ( ولا ) (٢) وثلاثين عدداً .

(١) ناقصة في المخطوطين ١٧٧٣ ، ١٢٥٣

(٢) زائدة في المخطوط ١٢٥٣

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : عشرون وهي محرقة .



صورة العمل		الزائد [المضروب]	الناقص المضروب
مفرد ، فيه		أربعة أموال	سبعة الأشياء
الزائد	ثلاثة أشياء	اثنا عشر كعباً رايداً	ثمانية عشر شيئاً زائداً أموال ناقصة
الناقص	الألف أعداد	عشرون مالاً ناقصاً	عشرة (٣) أشياء زائدة

وفي القسمة يطلب ما اذا ضرب في المقسوم عليه يساوي المقسوم، فيقسم عدد جنس (١)  
المقسوم على (٢) عدد جنس المقسوم عليه، وعدد الخارج من جنس ما وقع في ملتقى المقسومين .

(١)، (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣

شرح :

من الواضح ان حاصل ضرب الزائد في مثله ( أي في الزائد ) ، والناقص في مثله  
( أي في الناقص ) زائد ، اما عند ضرب الكيتين المختلفتين في الإشارة فحاصل ضربها  
ناقص ( أي سالب ) .

والأمثلة التي ساقها العامي لبيان كيفية ضرب الاجناس في بعضها البعض هي :

المقابل الرياضي المعاصر

التعبير الوارد بالنص

$$(١٠+س)(١٠-س)$$

مضروب عشرة اعداد وثني في عشرة اعداد

$$١٠٠ - س^٢ =$$

إلا شيئاً مائة إلا مالاً

$$= (٥ - س) (٧ - س)$$

مضروب خمسة أعداد الا شيئاً، في سبعة

$$٣٥ + س^٢ - ١٢ س$$

أعداد الاشياء ، خمسة وثلاثون عدداً

ومال إلا اثني عشر شيئاً .

مضروب أربعة اموال ومئة اعداد إلا  
 شيئين ، في ثلاثة اشياء الا خمسة اعداد ،  
 $( ٤ س٢ + ٦ - ٢ س ) ( ٥-٣ )$   
 $= ١٢ س٣ + ٢٨ س - ٢٦ س٢$   
 اثني عشر كعباً وثمانية وعشرون شيئاً الا مئة - ٣٠  
 وعشرين مالا وثلاثين عدداً .

ويمكن تمثيل جدول صورة العمل لهذا المثال الاخير باستعمال الرموز الرياضية العامة على  
 الوجه التالي ، وهو مقابل تماماً للجدول الوارد في المخطوط :

صورة العمل		المضروب	
		الزائد	الناقص
المضروب فيه		٤ س٢ + ٦	- ٢ س
الزائد	٣ س	١٢ س٣ + ١٨ س	- ٦ س٢
الناقص	- ٥	- ٢٠ س٢ - ٣٠	+ ١٠ س

هنا يوسف اللواتي

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع ارشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## الفصل الثاني : في المسائل الست الجبرية

استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة يحتاج الى نظر ثاقب ، وحس صائب ، وامعان فكر فيما أعطاه السائل ، وصرف ذهن فيما يؤدي الى المطلوب من الوسائل ، فتفرض من (١) المجهول شيئاً ، وتعمل ما تخممه السؤال سالكا على ذلك النوال لينتهي الى المعادلة ، والطرف ذو الاستثناء يكمل ويزاد ، مثل ذلك على الآخر ، وهو الخبر ، والاجناس المتجانسة المتساوية في الطرفين تسقط منها ، وهو المقابلة ، ثم المعادلة إما بين جنس وجنس ، وهي ثلاث مسائل نسمى المفردات ، أو بين (١) جنس وجنسين ، وهي ثلاث آخر تسمى المقترنات .

الاولى من المفردات عدد يعدل اشياء ، فاقسمه على عددها يخرج الشيء المجهول (٢) .  
مثالها : أقر لزيد بألف ونصف ما لعمرو ، ولعمرو بألف إلا نصف ما لزيد ، فافرض ما لزيد شيئاً ، فلعمر ألف الا نصف شيء ، فلزيد ألف وخمسة اربع شيء يعدل شيئاً وبعد الجبر ألف وخمسة شيء يعدل شيئاً وربعا ، فلزيد ألف ومائتان ، ولعمرو اربعة ائة .

(١) زائد في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في هذا الفصل يعرض العاملي للصيغ الست المعروفة على وقته للمعادلات الجبرية من الدرجتين الاولى والثانية ، وقد قسمت هذه الصيغ الست الى مجموعتين هي المفردات والمقترنات وبينها كما يلي :

المسائل المفردات ، وفيها جنس مفرد يعادل جنساً مفرداً آخر فحسب :

(١) عدد يعدل اشياء :

$$\frac{a}{b} = x \text{ . . .}$$

$$أي \ a = b \ x$$

(٢) اشياء تعدل اموالاً :

$$\frac{a}{p} = x \text{ . . .}$$

$$أي \ b \ x = p^2$$

(٣) عدد يعدل اموالاً :

$$\frac{a}{p} V = x \text{ . . .}$$

$$أي \ a = p^2 \ x$$

الثانية اشياء تعدل اموالا ، فاقسم عدد الأشياء على عدد الأموال ، فانخرج هو الشيء المجهول مثالها : أولاد انتهوا تركة أبيهم ، وكانت دنانير ، بأن أخذ الواحد ديناراً والآخر دينارين ، والآخر ثلاثة ، وهكذا بتزايد واحد<sup>(١)</sup> ، فاسترد الحاكم ما أخذوه ، وقسمه بينهم بالسوية ، فاصاب كل واحد سبعة ، فكم الاولاد والدنانير . فافرض ( الدنانير ) (٢) شيئاً ، وخذ طرفيه أعنى واحداً وشيئاً ، واضربه في نصف الشيء يحصل نصف مال ونصف شيء ، وهو عدد الدنانير ، اد<sup>(٣)</sup> مضروب الواحد مع اي عدد في نصف العدد يساوي مجموع الاعداد المتوالية من الواحد اليه ، فاقسم عدد الدنانير على شيء ، وهو عدد الجماعة ، لتخرج سبعة كما قال السائل ، فاضرب السبعة في الشيء وهو المقسوم عليه ، يحصل سبعة اشياء يعدل نصف مال ونصف شيء ، وبعد الجبر والمقابلة مال يعدل ثلاثة عشر شيئاً ، فالشيء ثلاثة عشر ، وهي عدد الاولاد ، فاضربه في سبعة ، فالدنانير احد وتسعون ، ولك استخراج هذه وامثالها بالخطأين ،

فبالنسبة المفردة الاولى ، نفرض - حسب المثال المبين - ان ما مع زيد س ، فيكون ما مع عمرو ( ١٠٠٠ - ٢/س ) ، ويكون مامع زيد ١٠٠٠ + ١/٢ ( ١٠٠٠ - ٢/س ) طبقاً لمعطيات المثال

وبالتالي فان ما يزيد هو س

$$\text{كذا هو } ١٠٠٠ + \frac{١}{٢} ( \frac{س}{٢} - ١٠٠٠ )$$

ومن ثم فان هاتين الكميتين لا بد وان يكونا متساويين ، وبذلك نحصل على المعادلة :

$$س = ١٥٠٠ - \frac{١}{٤} س$$

$$\text{فبالجبر } ١ \frac{١}{٤} س = ١٥٠٠ \quad .\text{.} \quad س = ١٢٠٠ = \text{ما يزيد}$$

$$\text{اما ما لعمرو فيساوي } ( \frac{١٢٠٠}{٢} - ١٠٠٠ ) = ٤٠٠$$

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : وهكذا بتزايد واحداً واحداً (٢) صحته عدد الاولاد ، والتعريب واضح من سياق المثال .

(٣) في المخطوط ١٧٧٣ : أو

كان تفرض الاولاد خمسة ، فالخطأ (١) الأول أربعة ناقصة ، ثم تسعة ، فالثاني اثنان كذلك ، فالحفوظ الاول عشرة ، والثاني ستة وثلاثون ، والفضل بينهما ستة وعشرون، وبين الخطأين اثنان .

وهنا طريق آخر أسهل وأحضر هو أن بضعف خارج القسمة ، فالحاصل إلا واحداً عدد(٢) الأولاد .

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : أعداد .

شرح :

في مثال المفردة الثانية ، نفرض ان عدد الدنانير موضوع التركة يساوي  $s$  ، وان عدد الاولاد  $s$  .

فعند انتهاء التركة كان نصيب الاولاد يتبع متوالية حسابية تبدأ بالواحد ويزيد كل حد فيها سابقه بواحد ، وبمجموع هذه المتوالية هو بلا شك الدنانير  $s$  .

$$\therefore 1 + 2 + 3 + \dots + s = s$$

حيث  $s$  عدد الاولاد .

ولما كان نصيب كل ولد - عند تقسيم التركة بينهم بالتساوي - هو  $\frac{s}{s}$  دنانير :

$$\therefore s = \frac{s}{s} ( \text{أي نصيب كل ولد} \times \text{عدد الاولاد} )$$

وحيث ان مجموع المتوالية الحسابية :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + s = \frac{s}{2} (s + 1)$$

$$\therefore s = \frac{s}{2} (s + 1)$$

وبالتالي نحصل على المعادلة :

$$\frac{s}{2} (s + 1) = s$$

( سبعة أشياء تعدل نصف مال ونصف شيء )

$$\frac{s}{2} + \frac{s^2}{2} = s$$

وبعد الجبر والمقابلة :

الثالثة عدد يعدل اموالا ، فاقسمه على عددها وجذر ، الخارج الشيء المجهول .  
 مثالها : أقر يزيد بأكثر المالاين اللذين مجموعها عشرون ومسطحها ستة وتسعون ، فافرض  
 أحدهما عشرة وشيئا ، والاخر عشرة إلا شيئا ، فمسطحها وهو مائة إلا مالا يعدل ستة  
 وتسعين ، وبمد الجبر والمقابلة يعدل المال أربعة ، والشيء اثنان ، فأحد (١) المالاين ثمانية ،  
 والاخر اثنا عشر ، وهو [ المطلوب ] (٢) .

---


$$س = ١٣ = \text{عدد الاولاد}$$

$$\text{التركة بالدنانير} = ٧ \times ١٣ = ٩١ \text{ ديناراً}$$

ويشير العاملي في نهاية هذا المثال الى تطبيق طريقة الخطأين في حل المسألة .  
 اما الطريقة المختصرة التي يذكرها في خاتمة المثال ، فهي بلا شك معتمدة على المعادلة :  

$$٧س = \frac{س}{٢} (س + ١) \text{ أو } (٧ \times ٢ - ١) = س ، \text{ حيث العدد } ٧ \text{ هو}$$
 خارج قسمة التركة بالتساوي بين الاولاد .

(١) نافضة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) زبدت ليستقيم المعنى .

في مثال المفردة الثالثة المطلوب إيجاد عددين مجموعها عشرون ، وحاصل ضربهما  
 ستة وتسعون .

يقرض احد العددين ( ١٠ + س )

فيكون الثاني ( ١٠ - س )

وهذا يحقق الشرط الاول وهو ان المجموع = ٢٠

أما الشرط الثاني فيعني ان :

$$٩٦ = (١٠ + س) (١٠ - س)$$

$$٩٦ = ١٠٠ - س^٢$$

فبمد الجبر والمقابلة :  $س^٢ = ٤$  ،  $س = ٢$

فيكون احد العددين المطلوبين ٨ والثاني ١٢ .

### المقترنة (١) الاولى من المقترنات

عدد يعدل اشياء واموالاً ، فكمال المال واحداً إن كان أقل منه (٢) ، ورده اليه إن كان أكثر ، وحول العدد والاشياء الى تلك النسبة بقسمة عدد كل على عدد الاموال ، ثم ربع نصف عدد الاشياء ، وزده على العدد ، وانقص من جذر المجموع نصف عدد الاشياء ليقى ( في نفسه ) (٣) العدد المجهول

مثالها : اقر تزيد من العشرة بما مجموع مربعه ومضروبه في نصف باقىها اثنا عشر ، فافرضه شيئاً ، فمربعه مال ، ونصف القسم الآخر خمسة الا نصف شيء ، ومضروب الشيء فيه خمسة أشياء إلا نصف مال ، فنصف مال وخمسة أشياء تعدل اثني عشر ، فمال وعشرة أشياء يعدل أربعة وعشرين ، نقصنا نصف ( عدد الاشياء ) (٤) من جذر مجموع مربع نصف عدد الاشياء والعدد ، بقي اثنان ، وهو [المطلوب] (٥) .

(١) وردت في المخطوطات محرفة تحت المقربة

(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

(٣) زائدة في المخطوط ١٢٥٣

(٤) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣

(٥) زيدت ليكمل المعنى .

شرح :

المسائل المقترنات . وفيها جنس يعدل جنسين (مقترنين) لهما نفس الاشارة الجبرية في هذه المجموعة الثانية من المعادلات ، وهي ثلاث مسائل ، تتم المعادلة فيها بين جنس وجنسين (بخلاف المسائل المفردات التي تكون المعادلة فيها بين جنس وجنس فحسب) ، وهذه المسائل هي :

(١) عدد يعدل اشياء وأموالاً

$$\text{أي } \mathbf{x} = \mathbf{b} \mathbf{s} + \mathbf{a} \mathbf{s}^2$$

(٢) اشياء تعدل عدداً وأموالاً :

$$\text{أي } \mathbf{b} \mathbf{s} = \mathbf{x} + \mathbf{a} \mathbf{s}^2$$

(٣) أموال تعدل عدداً وأشياء

$$\text{أي } \mathbf{a} \mathbf{s}^2 = \mathbf{x} + \mathbf{b} \mathbf{s}$$

المقترنة الاولى :

يمكن شرح طريقة الحل بمقابلة النص مع الصيغة الرياضية بالرموز كما نألفها اليوم ، وذلك كما يلي :

## نص المخطوط

عدد يعدل اشياء وأموالاً :

حول العدد والاشياء الي تلك النسبة  
بقسمة عدد كل على عدد الاموال :

ثم ربع نصف عدد الاشياء وزده على العدد :

وانقص من جذر المجموع نصف  
عدد الاشياء ليقى العدد المجهول .

أي ان حل معادلة الدرجة الثانية :

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

هو

وليس لبهاء الدين العاملي فضل في هذا الحل الذي كان معروفاً قبله بحوالي  
ثمانية قرون .

والمقابل التحليلي لمثال المقترنة الاولى هو :

$$x^2 + x = \left(\frac{10 - x}{4}\right) \quad 12 =$$

أقر لزيد من العشرة بما مجموع مربعة  
ومضروبه في نصف باقيها اثنا عشر

$$x^2 + x = \frac{1}{4}x - 5 \quad 12 =$$

فمربعة مال ونصف القسم الآخر خمسة  
إلا نصف شيء ، ومضروب الشيء فيه  
خمس اشياء إلا نصف مال :

$$12 = \frac{1}{4}x + 5$$

فنصف مال وخمس اشياء تعدل اثني عشر :

$$24 = x + 10$$

فمال وعشرة اشياء يعدل اربعة وعشرين :

$$\frac{10}{4} - 24 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 = x$$

نقصا نصف عدد الاشياء من جذر مجموع مربع  
نصف عدد الاشياء والعدد، بقي اثنان، وهو المطلوب :  
إذنت فما أقر به لزيد من العشرة هو اثنان .

## الصيغة الرياضية المقابلة

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{x}{p} + \frac{c}{p} = \frac{x}{p}$$

$$\frac{x}{p} + 2\left(\frac{c}{p^2}\right)$$

$$x = \frac{c}{p^2} - \frac{x}{p} + 2\left(\frac{c}{p^2}\right)^2$$



المقترنة (١) الثانية أشياء تعدل عدداً وأموالاً ، فبعد التكميل أو الرد تنقص العدد من مربع نصف عدد الأشياء ، وتزيد جذر الباقي على نصفها ، أو تنقصه منه ، فالحاصل هو الشيء المجهول .

مثالها : عدد ضرب في نصفه ، وزيد على الحاصل اثنا عشر ، حصل خمسة أمثال العدد ، فاضرب شيئاً في نصفه فنصف مال ، مع اثني عشر يعدل خمسة أشياء ، فمال وأربعة وعشرون يعدل عشرة أشياء فانقص الأربعة والعشرين ومن مربع الخمسة يبقى واحد ، وجذره واحد ، فان زدته على الخمسة أو نقصته منها يحصل المطلوب .

الثالثة : أموال تعدل عدداً وأشياء ، فبعد التكميل أو الرد تزيد مربع نصف عدد الأشياء على العدد ، وجذر المجموع [وزده] (٢) على نصف عدد الأشياء ، فالمجتمع الشيء المجهول .

مثالها : عدد نقص من مربعه وزيد الباقي على المربع حصل عشرة نقصنا من المال الأول (٣) شيئاً ، وكملنا العمل صار مائتين إلا شيئاً تعدل عشرة ، ويعد الجبر والرد مال يعدل خمسة أعداد ونصف شيء ، فمربع نصف عدد الأشياء مضافاً إلى الخمسة ، خمسة ونصف ثمن جذره اثنان وربيع ، تزيد عليه ربعاً يحصل اثنان ونصف وهو المطلوب :

(١) وردت في المخطوطات فحرفة تحت : المقربة

(٢) أضيفت ليتم المعنى وينسق مع المثال المعطى

(٣) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح : يمكن تمثيل المقترنة الثانية بالرموز الرياضية المعاصرة على الوجه التالي :

أشياء تعدل عدداً وأموالاً والحل كما ورد في النص :

$$b \text{ س} = a + p \text{ س}^2$$

فبعد التكميل أو الرد

$$\frac{a}{p} + \frac{b}{p} = \text{س}^2$$

تنقص العدد من مربع نصف عدد الأشياء :

$$\frac{a}{p} - \left(\frac{b}{p}\right)^2$$

وتريد جذر الباقي على نصفها ، او تنقصه منه :

$$\sqrt{\frac{s}{p} - \left(\frac{c}{p^2}\right)^2} \pm \frac{c}{p^2}$$

فالحاصل هو الشيء المجهول :

$$\sqrt{\frac{s}{p} - \left(\frac{c}{p^2}\right)^2} \pm \frac{c}{p^2} = s$$

ففي مثال المقترنة الثانية :

نفرض العدد المجهول : س

فتكون المعادلة طبقاً لمنطوق النص :

$$\frac{1}{2}s + 12 = s$$

فمال واربعة وعشرون يعدل عشرة اشياء :

$$\frac{1}{2}s + 12 = s$$

فانقص الاربعة والعشرين من مربع الخمسة يبقى واحد ، وجذر ، واحد :

$$1 = \sqrt{24 - \left(\frac{10}{2}\right)^2}$$

فان زدته على الخمسة او نقصته منها يحصل المطلوب .

$$s = \left(1 \pm \frac{10}{2}\right)$$

اي ان :  $s = 6$  أو  $s = 4$

ونحن نعلم ان المعادلة :  $s^2 \dots 10s + 24 =$  صفراً

يكن وضعها على الصورة :  $(s - 6)(s - 4) =$  صفراً

وبالتالي فالقيمتان المحققتان لها هما  $s = 6$  أو  $s = 4$

اما المقترنة الثالثة

فالصيغة الرياضية لها هي :

اموال تعدل عدداً واشياء :

$$ا س^2 = ب \times س$$

وخطوات الحل هي :

فبعد التكميل أو الرد :

$$س \frac{ب}{ب} + \frac{ا}{ب} = س^2$$

تزيد مربع نصف عدد الاشياء على العدد :

$$\frac{ا}{ب} + 2\left(\frac{ب}{ب^2}\right)$$

وجذر المجموع [وزده] على نصف عدد الاشياء :

$$\frac{ب}{ب^2} + \frac{ا}{ب} + 2\left(\frac{ب}{ب^2}\right) \sqrt{}$$

فالمجتمع الشيء المجهول :

$$\frac{ب}{ب^2} + \frac{ا}{ب} + 2\left(\frac{ب}{ب^2}\right) \sqrt{=} س$$

ففي المثال الذي ساقه الامامي لهذه المقترنة .

نفرض العدد المطلوب ايجاده س

فتكون المعادلة حسب معطيات المثال:  $س^2 - س + س^2 = ١٠$

( نقصنا من المال الاول شيئاً ، وكلنا العمل صار مالين إلا شيئاً تعدل عشرة )

وبعد الجبر والرد مال يعدل خمسة اعداد ونصف شيء :

$$س^2 - ٥ - \frac{1}{٢} س$$

فمربع نصف عدد الاشياء مضافا الى الخمسة ، خمسة ونصف ثمن :

$$٥ - \frac{1/2}{8} = ٥ + ٢(\frac{1}{4})$$

جذره اثنان وربع :

$$٢ \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \sqrt{\frac{81}{16}}$$

نزيد عليه ربعاً (وهو نصف عدد الاشياء) يحصل اثنان ونصف ، وهو المطلوب :

$$س = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + ٢ \frac{1}{4}$$

والنتيجة صحيحة ويمكن الحصول عليها بالتعويض المباشر في المعادلة السابقة مباشرة على  
المثال بالقيم :

$$١ = ٢ ، \frac{1}{٢} = ٢ ، ٥ = ٢$$

وهذا ومن الممكن وضع معادلة الدرجة الثانية في الصورة العامة :  $س^2 + ب س + ج = ص$  صفراً  
ويكون حلها العام على الوجه :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4ج}}{2}$$

أما المقترنات الثلاث فما هي إلا حالات خاصة من هذه الحالة العامة ، يمكن التوصل اليها  
بتغيير إشارة  $ج$  أو  $ب$  او كليهما على التوالي الى الإشارة السالبة .

## الباب التاسع

في قواعد شريفة وفوائد لطيفة لا بد منها ولا غناء<sup>(١)</sup> له<sup>(٢)</sup> غيرها<sup>(٣)</sup>  
وليتقصر في هذا المختصر على اثني عشر :

### الاولى

وهي مما سنع بحاطري العابر<sup>(٤)</sup> .

إذا اردت مضروب عدد في نفسه وفي جميع ما تحته من الاعداد ، فزد عليه واحداً ،  
واضرب المجموع<sup>(٥)</sup> في مربع العدد ، فنصف الحاصل هو المطلوب .

مثالها :

أردنا مضروب التسعة ، كذلك<sup>(٦)</sup> ضربنا العشرة في أحد وثمانين ، فالاربعمائة والخمسة  
هي المطلوب .

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : غنى (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ (٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣  
(٤) في المخطوط ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ : (٥) في المخطوط ٧٥٣ : المجتمع . (٦) في المخطوط ١٢٥٣ : كذا  
الفاتر .

شرح :

يمكن التعبير عن القاعدة الاولى بالرموز الرياضيه المعاصرة على الوجه التالي :

$$\frac{n \cdot (1 + n)}{2} = [ 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n ]$$

ويتضح من الطرف الأيمن للمعادلة ان المطلوب إيجاد حاصل ضرب العدد  $n$  في حاصل  
جمع الاعداد بتسلسلها الطبيعي حتى العدد  $n$  .

ولايجاد مجموع المتوالية الحسابية :  $[ 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n ]$   
نلاحظ ان مجموع المدد الاول والاخير من هذه المتوالية هو  $(1 + n)$  ، كذلك فان  
مجموع المدد الثاني والمدد قبل الاخير في نفس المتوالية هو :

$$(n + 1) = (n - 1) + 2$$

الثانية

إذا اردت اردت جمع الافراد على النظم الطبيعي : فزد الواحد على الفرد الاخير ، وربع نصف المجتمع .

مثالها

إذا قيل (١) جمع الافراد من الواحد الى التسعة :  
فالجواب خمسة وعشرون .

وهكذا يبقى المجموع ثابتا حيث ان الزيادة التي تطرأ على العدد الثاني مثلا تساوي النقص الذي يطرا على العدد قبل الاخير من المتوالية ، ومن ثم يكون مجموع المتوالية الحسابية هذه هو ( ١ + ٩ ) مضروباً في عدد ازواج الأعداد التي ينتج من مجموع كل زوج منها ( ١ + ٩ ) ومن الواضح ان عدد هذه الازواج هو نصف العدد الكلي لحدود المتوالية اي ١٠/٢

∴ مجموع المتوالية الحسابية [ ١ + ٢ + ٣ + ... + ( ٩ - ١ ) + ٩ ]

$$\text{هو } \frac{10}{2} \cdot (1 + 9)$$

ويكون حاصل ضرب اي عدد ٩ في المتوالية الحسابية من الواحد حتى العدد نفسه ٩ هو :

$$(1 + 9) \frac{10}{2} = 9 \times \frac{10}{2}$$

مجموع المتوالية الحسابية

وهو ما جاء بالقاعدة الاولى .

والمثال الذي ضربه العاملي هو مضروب ٩ في مجموع الارقام من التسعة الى الواحد

أي ( ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ ) ٩

$$\text{وهو صحيح .} \quad 405 = \frac{9 \times (1 + 9)}{2}$$

(١) ناقصة في المخطوطين ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ .

### الثالثه

جمع الازواج دون الافراد :

تضرب نصف الزوج الاخير فيما يليه بواحد .

مثالها :

من الاثنين الى العشرة : ضربنا الخمسة في الستة .

شرح :

تناول القاعدة الثانية جمع الاعداد المفردة حسب تسلسلها الطبيعي بدءاً من الواحد ، ويمكن تمثيلها بالمعادلة :

$$\sqrt{\frac{1+n}{2}} = 1 + (2 - 1) + \dots + 7 + 5 + 3 + 1$$

حيث  $n$  عدد مفرد صحيح .

ولقد ساق العاملي مثالا هو جمع الأفر من الواحد حتى التسعة :

$$9 = 1 \quad 25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

$$25 = \sqrt{10/2} = [1 + 3/2] \quad \text{فالقاعدة اذن صحيحة .}$$

مثال آخر هو جمع الافراد على النظم الطبيعي حتى ١٩ ، فالجواب هو :

$$100 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$$

$$\text{وحيث أن } 19 = n \quad \therefore 100 = \sqrt{\frac{1+n}{2}} \quad \text{فالقاعدة صحيحة .}$$

تعرض القاعدة الثالثة لجمع الاعداد الزوجية حسب تسلسلها الطبيعي ، فنقول ان حاصل الجمع يساوي نصف العدد الزوجي اخير في المسلسلة مضروباً في العدد التالي لنصف هذا العدد الزوجي الاخير ، وتمثل هذه القاعدة رياضياً على الوجه التالي :

$$(1 + \frac{n}{2}) \cdot \frac{n}{2} = 2 + 4 + 6 + \dots + (2 - 1) + 1$$

#### الرابعة :

جمع المربعات المتوالية : تزيد واحداً على ضعف العدد الاخير ، وتضرب ثلث المجتمع في مجموع تلك الاعداد .

مثالها :

مربعات الواحد الى الستة (١) : زدنا على ضعفها (٢) واحداً ، وثلث الحاصل اربعة وثلث ، فاضربه في مجموع تلك الاعداد ، وهو احد وعشرون ، فالواحد وتسعون (٣) جواب .

---

شرح :

حيث  $n$  عدد زوجي صحيح .

والمثل الذي ضربه العاملي لهذه القاعدة هو مجموع الاعداد الزوجية من ٢ الى ١٠ .

$$30 = 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

$$\text{وحيث أن } n = 10 \text{ فالمجموع حسب هذه القاعدة } = \frac{10}{2} \left( 1 + \frac{10}{2} \right) = 30$$

ونقدم مثلاً ثانياً هو مجموع الاعداد الزوجية حتى ٢٢ فنجد أن :

$$132 = 22 + 20 + 18 + 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2$$

ولما كانت  $n = 18$  في هذا المثال ، فإن مجموع هذه المتوالية طبقاً للقاعدة الثالثة هو :

$$132 = 12 \times 11 = \left( 1 + \frac{22}{2} \right) \frac{22}{2}$$

مما يؤكد سلامة القاعدة المذكورة .

(١) في المخطوط ١٦٧٣ : ستة .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : ضعف الستة .

(٣) في المخطوط ١٧٧٣ : والتسعون .

شرح :

تبين القاعدة الرابعة كيفية جمع مربعات الاعداد حسب تسلسلها الطبيعي وتتخذ الصيغة الرياضية الآتية :



$$[١ + ٢ + ٣ + \dots + ٦] \frac{(١ + ٦ \times ٢)}{٣} = (٢١ + ٢٢ + ٢٣ + ٢٤ + \dots + ٢٦)$$

ففي المثال الوارد في النص يعطي العامل مجموع مربعات الواحد الى الستة فيقول إن  
 $(٢١ + ٢٢ + ٢٣ + ٢٤ + ٢٥ + ٢٦)$

$$\text{يساوي } ٩١ = ٢١ \times ٤ \frac{١}{٣} = (٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١) \frac{١ + ٢ \times ٦}{٣}$$

وهو المجموع الصحيح .

وكمثال آخر نختبر صحة القاعدة بالنسبة لمجموع مربعات الاعداد حتى العدد ١٣ ، أي  
 بالنسبة لـ  $٦ = ١٣$  :

$$\text{فالمجموع} = [١٣ + \dots + ٣ + ٢ + ١] \frac{(١ + ١٣ \times ٢)}{٣}$$

$$= ٩١ \times ٩ = ٨١٩ \text{ وهو فعلا مجموع مربعات الاعداد من } ١ \text{ حتى } ١٣ .$$

وبالرجوع الى المعادلة الرياضية امثلة للقاعدة الرابعة نجد أن الطرف الايسر للمعادلة يشتمل  
 على مجموع المتوالية الحاصية من الواحد حتى العدد  $٦$  ، وحيث ان مجموع هذه المتوالية  
 $٦ = (١ + ٦) \times ٢ / ٢$  كما تقدم شرحه في القاعدة الاولى ، فانه من الممكن وضع القاعدة  
 الرابعة على النحو التالي :

$$\frac{(١ + ٦) \times ٦}{٢} \cdot \frac{(١ + ٦ \times ٢)}{٣} = (٢١ + ٢٢ + ٢٣ + ٢٤ + \dots + ٢٦)$$

$$= \frac{(١ + ٦ \times ٢)(١ + ٦) \times ٦}{٣ \times ٢ \times ١}$$

وهي الصيغة التي نألفها في كتبنا الرياضية المعاصرة .

ولعل ابوبكر فخرالدين محمد بن الحسن الكرخي الحاسب ( المتوفي عام ١٠٢٩ م )  
 اول من برهن القوانين الخاصة بمجموع المتوالية المشتملة من مربعات الاعداد الطبيعية ، كذا  
 مجموع مكعبات الاعداد الطبيعية ، وهذا المجموع الاخذ هو موضوع القاعدة الخامسة الآتية .

الخامسة :

جمع المكعبات المتوالية : تربيع مجموع تلك الاعداد المتوالية من الواحد .

مثالها :

مكعبات الواحد الى الستة ، ربعنا الاحد والعشرين ، فالاربعية واحد واربعون جواب .

السادسة :

اذا اردت سطح جذري عددين منطقيين او اصمين او مختلفين :

فاضرب احدهما في الآخر ، وجذر المجتمع جواب .

مثالها :

مسطح جذري الخمسة مع العشرين : فجذر المائة جواب .

---

شرح :

المقابل الرياضي للقاعدة الخامسة هو :

$${}^2(1 + 00000 + 3 + 2 + 1) = ({}^31 + 0000 + {}^33 + {}^32 + {}^31)$$

وبتطبيقه على مجموع مكعبات الواحد الى الستة ، فاننا نجده مساوياً لـ

$${}^2(21) = 441$$

ولما كان الطرف الايسر من المعادلة هو مربع مجموع المتوالية الحسائية من الواحد الى

العدد n . ولما كان مجموع هذه المتوالية - بالرجوع الى القاعدة الاولى - يساوي :

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

فانه يمكن وضع القاعدة الخامسة على الصورة .

$${}^2\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] = ({}^31 + {}^33 + {}^32 + {}^31)$$

وهي المعادلة التي نستعملها اليوم لايجاد مجموع مكعبات الاعداد بتسلسلها الطبيعي .

في القاعدة السادسة اذا رمزنا المديين المنطقيين او الابهين بالرمزين م ، ن فان القاعدة

تنص على ما يلي :

### السابعة :

إذا اردت قسمة جذر عدد على جذر آخر :  
فاقسم أحد العددين على الآخر ، وجذر الخارج جواب .

### مثالها :

جذر مائة على جذر خمسة وعشرين : فجذر الاربعة جواب .

### الثامنة

إذا اردت تحصيل عدد تام ، وهو المساوي اجزائه ، أي<sup>(١)</sup> مجموع الاعداد العادلة له :  
فاجمع اعداداً متوالية<sup>(٢)</sup> من الواحد على التضاعف ، بالمجموع ان كان لا يعده غير الواحد  
فاضربه في آخرها فالحاصل تام .

### مثالا :

جمعنا الواحد والاثنين والاربعة ، وضربنا السبعة في الاربعة ، فالثانية والعشرون عدد تام

---

### شرح :

$$\overline{٢٠} \sqrt{١٠٠} = \overline{٢٠} \sqrt{١٠٠} \cdot \overline{١} \sqrt{١} \quad \text{وهذا صحيح .}$$

( ملحوظة : كلمة « مسطح » الواردة في النص تعني حاصل ضرب ) .

$$\text{مثاله :} \quad ١٠ = \overline{١٠٠} \sqrt{١} = \overline{٢٠} \sqrt{١} \times \overline{٥} \sqrt{١}$$

بفرض العددين في القاعدة السابعة م ، ن ، فانه يمكن تمثيل منطوق القاعدة رياضياً على

الوجه التالي :

$$\overline{٢} \sqrt{١} = \frac{\overline{٢} \sqrt{١}}{\overline{٢} \sqrt{١}} \quad \text{وهذا صحيح تماما ومكمل للقاعدة السادسة}$$

$$\text{مثاله :} \quad ٢ = \overline{٤} \sqrt{١} = \frac{\overline{١٠٠} \sqrt{١}}{\overline{٢٥} \sqrt{١}} = \frac{\overline{١٠٠} \sqrt{١}}{\overline{٢٥} \sqrt{١}}$$

(١) في المخطوط ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : وهي (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : الاعداد المتوالية .

شرح :

تختص القاعدة الثامنة بخواص العدد التام هو ذلك العدد الذي يساوي مجموع الاعداد المكونة له العدد نفسه .

مثال العدد التام العدد ٦ حيث أن مكوناته أو عوامله هي ١ ، ٢ ، ٣ ، وبمجموعها ٦ ، وبالتالي فالعدد ٦ عدد تام .

أما اذا نقص العدد عن مكوناته فالعدد ناقص ، وان زاد فهو عدد زائد ، فمثال العدد الناقص العدد ١٢ حيث ان مجموع مكوناته هو :

$( ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٦ ) - ١٢ = ١٦$  ، فالعدد ١٢ ينقص عن مجموع مكوناته وبالتالي فهو عدد ناقص .

أما مثال العدد الزائد فهو العدد ٨ حيث ان مجموع مكوناته هو :

$( ١ + ٢ + ٤ ) = ٧$  ، وبالتالي فالعدد ٨ عدد زائد حيث أنه يزيد على مجموع عوامله .

ولا شك ان الوقوف على فكرة العدد التام يرجع الى عهد بعيد حيث ان الهنود كانوا على علم بها قبل الاغريق .

هذا وقد ورد عن العالم الاغريقي نيكوماخوس Nicomachus ( حوالي عام ١٠٠ م ) قوله في الاعداد التامة :

« . . . فان الاعداد الزائدة والاعداد الناقصة توجد بكثرة وبغير انتظام أو ترتيب ، ويتم اكتشافها بغير نظام .

ولكن الاعداد التامة يسهل حصرها ، وتقع في ترتيب محدد ، وذلك ، لوقوع عدد تام واحد منها في الآحاد هو العدد ٦ ، وعدد واحد في العشرات هو ٢٨ ، وعدد واحد جميع المئات هو ٤٩٦ ، وعدد واحد في المدى الواسع من الآلاف وعلى مشارفها ، فهو قريب من عشرة آلاف ، وهو العدد ٨١٢٨ ، ويتسم انتظام الاعداد التامة بانتهائها بواحد فقط من الرقمين ٦ ، ٨ في خانة الآحاد ، والاعداد التامة تكون دائماً أعداداً زوجية ،

كذلك فقد اهتم اقليدس بالاعداد التامة فخصها بباب مستقل في مؤلفه « الاصول » .

ويقدم العاملى هنا قاعدة لتعيين الاعداد التامة ، فيشير إلى المتوالية الهندسية التي اساسها ٢ وهي ما عبر عنه في النص بالاعداد المتوالية من الواحد على التضاعف اي المتوالية الهندسية :

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + . . . وهكذا بحيث ان كل حد في المتوالية يساوي ضعف الحد الذي يسبقه .

يقول العاملي بأنه اذا جمعت عدة حدود بدءاً من الواحد ، فكان مجموع هذه الحدود عدداً أولياً ، فان هذا المجموع مضروباً في العدد الاخير من هذه المجموعة يكون عدداً تاماً . وطبقاً لهذه القاعدة فالعدد التام الاول هو الواحد .

أما العدد التام الثاني فيحصل عليه - حسب هذه القاعدة - من الحدين الاولى المتوالية الهندسية التي اساسها ٢

$$١ + ٢ = ٣ \text{ وهو عدد اولي}$$

وبذلك يكون العدد التام الثاني هو  $٣ \times ٢ = ٦$  وهذا صحيح .

وبالنسبة للعدد التام الثالث فانه طبقاً للقاعدة التي نحن بشأنها يتأني من الحدود الثلاثة الاولى للمتوالية :

$$١ + ٢ + ٤ = ٧ \text{ وهو عدد اولي}$$

فيكون ما ساقه العاملي تدليلاً على صحة القاعدة الثامنة .

يمكننا باتباع هذه القاعدة أن نحصل على العدد التام الرابع من الحدود خمسة الاولى المتوالية ، هكذا .

$$١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ = ٣١ \text{ وهو عدد اولي}$$

إذن فالعدد التام الرابع وهو حاصل ضرب مجموع الحدود في الحد الاخير من هذه المجموعة  $٣١ \times ١٦ = ٤٩٦$  وهو عدد تام فعلاً

كذلك فإن العدد التام الخامس يجيء من جمع الحدود السبعة الاولى من المتوالية :

$$١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ = ١٢٧ \text{ وهو عدد اولي}$$

فيكون العدد التام الخامس هو  $١٢٧ \times ٦٤ = ٨١٢٨$  وهو صحيح تماماً

أما العدد التام التالي - وهو ما لم يرد في أقوال نيكوماخوس - فانه ينتج - بتطبيق القاعدة التي ذكرها العاملي - من الحدود الثلاثة عشر الاولى من المتوالية :

شرح :

$$٥١٢ + ٢٥٦ + ١٢٨ + ٦٤ + ٣٢ + ١٦ + ٨ + ٤ + ٢ + ١$$

$$٨١٩١ = ٤٠٩٦ + ٢٠٤٨ + ١٠٢٤ +$$

وحيث ان هذا المجموع عدد اولي ، فان العدد الثام السادس هو :

$$٣٣٥٥٠٣٣٦ = ٤٠٩٦ \times ٨١٩١$$

وبالتل فان العدد الثام السابع يمكن الحصول عليه من واقع الحدود السبعة عشر الاولى  
بن التوالية :

$$٥١٢ + ٢٥٦ + ١٢٨ + ٦٤ + ٣٢ + ١٦ + ٨ + ٤ + ٢ + ١$$

$$٦٥٥٣٦ + ٣٢٧٦٨ + ١٦٣٨٤ + ٨١٩٢ + ٤٠٩٦ + ٢٠٤٨ + ١٠٢٤ +$$

$$١٣١٠٧١ =$$

ولما كان المجموع عدداً أولياً : فانه طبقاً للقاعدة يكون حاصل الضرب :  $١٣١٠٧١ \times ٦٥٥٣٦ = ٨٥٨٩٨٦٩٠٥٦$  عدداً تاماً فالقاعدة التي اوردها العاملي صحيحة حتى البلايين  
على الاقل .

ومن الملاحظ ان الاعداد التامة ( فيما عدا الواحد ) أعداد زوجية ينتهي رقم الآحاد  
فيها إما بالرقم ٦ ، وإما بالرقم ٨ .

هذا وينسب الى إقليدس أنه قد أثبت في كتابه « الاصول » أن الثام يكون  
على الصورة :

$$٢ - (٢ - ١)$$

طالما كان المقدار ( ٢ - ١ ) عدداً اولياً .

وقد أمكن - حتى الآن - الوقوف على ١٢ عدداً تاماً تنشأ من قيم  $\eta$  التالية :

$$\eta = ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٦١ ، ١٠٧ ، ١٢٧ ، ٢٥٧$$

كذلك فقد امكن باستخدام الحاسبات الالكترونية إضافة خمسة أعداد أخرى .

هذا ونود أن نشير هنا إلى أن قاعدة إيجاد الاعداد التامة التي أشار اليها العاملي قد  
سبقة اليها « نيقوماخس الجاراسيني » في مؤلفه « كتاب المدخل إلى علم العدد » الذي ترجمه  
ثابت بن قره ، وعنى بشره وتصحيحه الاب ولهم كوتش اليسوعى ( المطبعة الكاثوليكية بيروت  
سنة ١٩٥٨ ) ، وفيه يورد نيقوماخس هذه القاعدة في الصفحة ٣٩ من ترجمة ثابت بن قره  
كما يلي :

## التاسعة :

إذا اردت تحصيل مجذور يكون نسبته الى جذره كنسبة عدد معين الى آخر :  
فاقسم الاول على الثاني ، فمجدور الخارج هو العدد .

## مثالها :

مجذور نسبته الى جذره كنسبة الاثني عشر الى الاربعة :  
فالجواب - بعد قسمة الاثني عشر على الاربعة - تسعة ، ولو قيل كنسبة الاثني عشر الى التسعة ، فالجواب واحد وسبعة اسباع ، لأن جذره واحد وثلاث .

« والوجه فيه على ما أصف ينبغي إذا اردنا ذلك ان نضع أزواج الأزواج المتسوية المبتدئة من الواحد في سطر واحد حتى ينتهي منها حيث اردنا ، ثم نجمع تلك الاعداد وزيدتها بعضها على بعض واحداً واحداً على تواليها وكلما زدنا واحداً منها نظرنا إلى العدد المجتمع من الاعداد أي عدد هو ، فان نحن وجدناه من الاعداد الاول التي ليست مركبة ضربناه في آخر الاعداد التي جمعت ، فما اجتمع فهو ابداً عدو تام ، وان نحن لم نجد العدد الذي كان اجتمع من جمع أزواج الأزواج عدداً اولاً لكن ثانياً مركباً لم نضربه في شيء ، لكننا نزيد عليه العدد الذي يتلو الاعداد التي قد جمعنا من أزواج الأزواج ، ثم ننظر إلى حال العدد الذي اجتمع لنا ، فان وجدناه ثانياً مركباً لم نضربه في شيء ، وتجاوزنا ذلك إلى ما بعده فان وجدنا اولاً غير مركب ضربناه في آخر الاعداد التي كنا جمعنا ، فما اجتمع فهو ابداً عدد تام وإذا انت فعلت مثل ذلك دائماً تولدت الاعداد التامة كلها على الولا من غير ان يشذ عنك شيء منها . »

## شرح :

يمكن التعبير عن القاعدة التاسعة رياضياً على الوجه التالي :

$$\text{إذا كان } \frac{m}{n} = \frac{e}{\sqrt[n]{e}} \quad , \quad \left(\frac{m}{n}\right)^2 = e$$

وهذا صحيح ، حيث أنه بتربيع طرفي المعادلة ( وبعبارة عن المربع في هذا النص بالمجذور ) نحصل على النتيجة وهي :  $e = (m/n)^2$  .

### العاشرة :

كل عدد ضرب في آخر ، ثم قسم عليه ، وضرب الحاصل في الخارج ، حصل مساوى مربع ذلك العدد .

### مثالها :

ضربنا مضروب التسعة في الثلاثة في الخارج من قسمتها عليها <sup>(١)</sup> ، حصل واحد <sup>(١)</sup>

وثانفون :

ففي المثال الاول الذي قدمه العملي لهذه القاعدة نجد أن :

$$٩ = ٣^٢ = ع \quad \therefore ٣ = \frac{١٢}{٤} = \frac{ع}{٤}$$

وفي المثال الثاني :

$$١ \frac{٧}{٩} = \frac{١٦}{٩} = ٢ \left( \frac{٤}{٣} \right) = ع \quad ، \quad ١ \frac{١}{٣} = \frac{١٢}{٩} = \frac{ع}{٩}$$

(١) في المخطوط ١٧ ٣ : عليه .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : أحد .

شرح :

لنرمز في القاعدة العاشرة للعددين بالرمزين م ، ن

∴ الحاصل ( وهو مايتج من ضرب م × ن ) = م × ن

والخارج ( أي الخارج من قسمة م على ن ) = م/ن

فيضرب الحاصل في الخارج فنحصل على :

$$٢م = ( م × ن ) × م/ن$$

أي مربع العدد الاول م وصحته واضحة .

أما المثال ففيه الحاصل : ٩ × ٣

والخارج : ٩/٣

وبضرب الحاصل في الخارج ، نحصل على ٨١ = ٣٩ .



## الحادية عشر

التفاضل بين كل مربعين يساوي مضروب جذريهما في تفاضل الجذرين .  
مثالها : التفاضل بين ستة عشر ، وستة وثلاثين ، عشرون<sup>(١)</sup> ، وجذراها<sup>(٢)</sup> عشرة ،  
وتفاضلها اثنان .

## الثانية عشر

كل عددين قسم كل منهما على الآخر ، وضرب احدهما الخارجين في الآخر ، فالخاص  
واحد أبداً .

مثالاً :

الخارج من خمسة الاثنى عشر على الثمانية ، واحد ونصف ، وبالعكس ثلثان ،  
ومسطحهما واحد .

---

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : جذرها .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : عشرين .

وفي المخطوط ١٢٥٣ : جذريهما .

شرح :

تمثل القاعدة الحادية عشر بالمعادلة :

$$(m^2 - n^2) = (m + n)(m - n)$$

وكلمة التفاضل في النص تعني الفرق او حاصل الطرح  
وتدل هذه القاعدة - وهي صحيحة تماماً - علي وقوف العلماء العرب علي فكرة فك  
الاقواس المشتملة على المجهولات .

والمثال الذي اورده المعاملي لهذه القاعدة هو :

$$m^2 = 36 = 26^2 , \quad n^2 = 16 = 24^2$$

$$\therefore (m^2 - n^2) = (26^2 - 24^2)$$

فمجموع الجذرين هو  $(26 + 24) = 50$

وتفاضل الجذرين هو  $(26 - 24) = 2$

وحاصل ضرب الجذرين ( اي مجموع الجذرين ) في تفاضلها ( الفرق بينهما )

هو  $20 = 2 \times 10$  وهو نفسه الفرق بين المربعين .

شرح :

في هذه القاعدة الاخيرة يقول العاملي بأن أي كسر يضرب في مقلوبه فالنتيجة ابدا هي الواحد الصحيح .

فبفرض العددين م ، ن ، وبقسمة كل منها على الآخر نحصل على خارجي القسمة ن/م ، م/ن . وبضرب أحد هذين الخارجين في الآخر نحصل على ن/م  $\times$  م/ن = ١ دائماً وهو أمر واضح كل الوضوح .

$$\text{والمثال المبين النص هو : } \left( \frac{8}{12} \times \frac{12}{8} \right) \text{ أي } 1 = \frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$$

فحاصل الضرب ( او مسطح الخارجين كما جاء بالنص ) يساوي الواحد الصحيح .

## الباب العاشر

### في مسائل منفردة بطرق مختلفة

تشجذ ذهن الطالب وتقرنه في استخراج الطالب .

[١] مسألة

عدد ضوعف وزيد عليه واحد ، وضرب الحاصل في ثلثه ، وزيد عليه اثنان ،  
وضرب المبلغ في أربعة ، وزيد عليه ثلاثة<sup>(١)</sup> ، بلغ خمسة وتسعين .  
فالجبر عملنا<sup>(٢)</sup> ما يجب ، قاتنى الى اربعة وعشرين شيئاً ، وثلاثة وعشرين عدداً ،  
تعديل خمسة وتسعين ، وبعد إسقاط المشترك ، فالاشياء تعديل اثنين وسبعين ، وهي الأولى من  
المفردات ، وخارج القسمة ثلاثة ، وهو المطلوب .  
وبالخطئين فرضناه اثنين ، فخطأنا به<sup>(٣)</sup> بأربعة وعشرين ناقصة ، ثم خمسة ، فبئانية  
واربعين زائدة ، فالخطوط الاول ستة وتسعون ، والثاني مائة وعشرون ، قسمناها على مجموع  
الخطاين ، خرج ثلاثة ، وبالتحليل نقصنا من الخمسة والتسعين ثلاثة ، وسقنا العمل الى ان  
قسمنا احداً وعشرين على ثلاثة ، ونقصنا من السبعة واحداً ، ونصفنا الباقي .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : بثلاثة .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : علمنا .

(٣) زائد في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في هذه المسألة نفرض العدد المجهول س ، فنحصل - طبقاً لما ورد بالنص - على المعادلة:

$$٩٥ = ٣ + ٤ \times [ ٢ + ٣ \times ( ١ + س ) ]$$

فالجبر تختصر المعادلة إلى :

$$٩٥ = ٢٣ + ٢٤ س$$

وباسقاط المشترك :

$$٧٢ = ٢٤ س \quad ٣ = س$$

## [٢] مسألة

ان قيل اقسام العشرة بقسمين ، يكون الفضل بينهما خمسة ، فبالجبر تفرض الاقل شيئاً ، فلا كثر شيء وخمسة ، ومجموعها شينان وخمسة تعدل عشرة ، فالثيء بعد المقابلة اثنان ونصف وبالخطأين فرضنا الاقل ثلاثة ، فالخطأ الاول واحد ناقص ، تم اربعة ، فالخطأ الثاني ثلاث ناقصة ، والفضل بين المحفوظين خمسة ، وبين الخطأين اثنان ، وبالتحليل لما كان الفضل بين قسمي كل عدد ضعف الفضل بين نصفه وبين كل منهما ، فادا ازدت نصف هذا الفضل على النصف يبلغ (١) سبعة ونصفاً ، او نقصه منه ييقي اثنان ونصف .

وهذه المسألة من النوع الاول من المسائل المفردات التي سبق شرحها في الفصل الثاني من الباب الثامن .

اما حل المسألة بطريق الخطأين فيجري على الوجه التالي :

$$\text{فالمفروض الاول ف} = ٢ ، \text{ يكون الخطأ الاول خ} = ٢٤ -$$

$$\text{وبالمفروض الثاني ف} = ٥ ، \text{ يكون الخطأ الثاني خ} = ٤٨ +$$

$$\therefore \text{المحفوظ الاول} = \text{ف} . \text{ خ} = ٩٦$$

$$، \text{ المحفوظ الثاني} = \text{ف} . \text{ خ} = ١٢٠ -$$

$$\text{ويكون العدد المطلوب} = \frac{١٢٠ + ٩٦}{٢٤ + ٤٨} = \frac{٢١٦}{٧٢} = ٣$$

اما الطريقة الثالثة وهي طريقة التحليل او العمل بالعكس فهي واضحة لا تحتاج الى شرح .

(١) في المخطوط ٢٥٣ : باغ .

شرح :

في هذه المسألة - وهي ايضاً من النوع الاول من المسائل المفردات - يفرض العدد الاصفر س ، فيكون العدد الاكبر ( س + ٥ ) .

ولما كان مجموع العددين عشرة ، حصلنا على المعادلة :

$$١٠ = ( س + ٥ ) + س$$

$$١٠ = ٥ + س \quad \text{اي} \quad ١٠ \text{ ( شينان وخمسة تعدل عشرة )}$$

$$٥ = س \quad \text{وبالمقابلة} \quad ٢$$

$$٢ \frac{١}{٢} = س \quad \text{وبالتالي}$$

### [ ٣ ] مسألة :

مال زدنا عليه خمسة وخمسة دراهم ، ونقصنا من المبلغ ثلثه وخمسة دراهم ، لم يبق شيء .  
فالجبر افرض المال شيئاً ، [ وزد عليه خمسة وخمسة دراهم ، يصير شيئاً وخمس شيئاً  
وخمس شيء وخمسة دراهم (١) ثم ] انقص من شيء وخمس شيء وخمسة دراهم (٢) ثلثها ، يبقى  
أربعة اخماس شيء ، وثلثه دراهم وثلث ، واذا نقصت منه خمسة لم يبق شيء ، فهو معادل  
الخمس ، وبعد اسقاط المشترك أربعة اخماس ( شيء يعدل درهماً وثلثين ، فاقسم واحداً وثلثين  
على أربعة اخماس (٣) ، يخرج اثنان ونصف سدس ، وهو المطلوب .

وبالخطأين فرضناه خمسة ، فالخطأ الاول اثنان وثلث زائد ، او اثنين ، فالخطأ الثاني  
ثلث خمس ناقص ، فالخطأ الاول ثلث ، والثاني أربعة وثلثان ، والخارج من قسمة مجموعهم على  
مجموع الخطأين - اعني اثنين وثلثاً وثلث خمس ، اي اثنان وخمسان - اثنان ونصف (و) (٤)  
سدس ، وبالتحليل خذ الخمسة التي لا يبقى بعد القائها شيء (٥) ، وزد عليها نصفها لأنه الثلث  
المنقوص ، ثم انقص من المجموع الخمسة ، ومن الباقي سدسه (٦) اذ هو خمس مزيد .

وبحساب الخطأين يكون الحل كما يلي :

$$\text{نفرض العدد الاصغر ف} ١ = ٣ \quad \therefore \text{الخطأ الاول خ} ١ = ١ -$$

$$\text{ثم نفرض العدد الاصغر ف} ٢ = ٤ \quad \text{فيكون الخطأ الثاني خ} ٢ = ٣ -$$

$$\therefore \text{المخطوط الاول} = \text{ف} ١ = ٣ \times (٣ -) = ٩ -$$

$$\text{، المخطوط الثاني} = \text{ف} ٢ = ٤ \times (١ -) = ٤ -$$

$$\text{بذلك نحصل على العدد الاصغر} = \frac{٤ - ٩}{١ - ٣} = \frac{٥}{٢} = \frac{١}{٢} = ٢ \frac{١}{٢}$$

$$\text{ويكون العدد الاكبر} = ٥ + ٢ \frac{١}{٢} = ٧ \frac{١}{٢}$$

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٢) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٤) زائدة في المخطوط ١٧٧٣ وهو تحريف .

(٥) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٦) في المخطوط ٧٥٣ سدس .

شرح :

بفرض المال س يكون المقابل التحليلي للمسألة هو :

$$صفرًا = 0 - \frac{2}{3} \times [0 + س + \frac{1}{5}]$$

$$0 = 3 \frac{1}{5} + س \frac{4}{5}$$

وبالمقابلة - اي باسقاط المشترك من طرفي المعادلة - نحصل على :

$$2 \frac{1}{12} = \frac{25}{12} = \frac{1 \frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = س \frac{4}{5} \quad 1 \frac{2}{3} = س \frac{4}{5}$$

والحل بطريق « حساب الخطأين » كما يلي :

بالمفروض الاول ف<sub>1</sub> = 0 يكون الخطأ الاول خ<sub>1</sub> = 1/2

وبالمفروض الثاني ف<sub>2</sub> = 2 يصبح الخطأ الثاني خ<sub>2</sub> = - 1/10 (اي ثلث خمس ناقص)

$$\frac{1}{3} - = (\frac{1}{10} -) \times 0 = 2 \text{ فخطوط الاول ف} \text{خ} \text{=}$$

$$\text{والخطوط الثاني ف} \text{خ} \text{= } 2 \times 2 \frac{1}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

$$2 \frac{1}{12} = \frac{52}{20} = \frac{0}{2 \frac{2}{5}} = \frac{4 \frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{2 \frac{1}{3} + \frac{1}{10}} = \text{فيكون المال}$$

أما طريق التحليل فهو في غير حاجة الى توضيح .

#### [٤] مسألة :

حوض ارسل فيه اربعة انابيب ، تملأه<sup>(١)</sup> احدها في يوم ، والباقي<sup>(٢)</sup> بزيادة يوم ، ففي كم يمتلئ .

فالاربعة المتناسبة لا ريب ان الاربع تملأ في يوم مثلي الحوض ونصف سدسه<sup>(٣)</sup> ، فانسبة بينها كنسبة الزمان المطلوب الى الحوض ، فالجهدول احد الوسطين ، فانسب واحداً الى اثنين ونصف سدس ، بخمسين وخمسة خمس ، اذ المنسوب اليه خمسة وعشرون (و)<sup>(٤)</sup> نصف سدس ، والمنسوب اثنا عشر نصف سدس .

وبوجه آخر الاربعة<sup>(٥)</sup> تملأ في يوم حوضاً هو خمسة وعشرون جزءاً مما به الاول اثنا عشر جزءاً<sup>(٦)</sup> ، وامتلاء كل جزء في جزء من اليوم ، فيمتلئ الاول في اثني عشر جزءاً من خمسة وعشرين جزءاً من يوم .

فان قيل واطلق ايضاً في أسفله بالوعة تفرغه في ثمانية ايام ، فلا ريب ان ( الانسوبة الرابعة<sup>(٧)</sup> ) تملأ حينئذ في يوم ثمن حوض ، فالاربعة تملأ فيه مثل ذلك الحوض ، وثلاثة وعشرين جزءاً من اربعة وعشرين جزءاً منه ، فنسبة يوم واحد الى ذلك كنسبة الزمان المطلوب الى الحوض ، فانسب مسطح الطرفين الى الوسط بأربعة وعشرين جزءاً من سبعة واربعين

(١) الهاء ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ : ١٧٧٣ .

(٢) في المخطوط ٧٥٣ : البواقي .

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : سدس .

(٤) زائدة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

(٥) في المخطوط ٧٥٣ : الاربع .

(٦) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

(٧) في المخطوط ١٧٧٣ : البالوعة الواقعة ، وفي المخطوط ١٢٥٣ : البالوعة .

شرح :

في المسألة الرابعة تكون كمية المياه التي تتدفق من كل انبوب في اليوم الواحد كما يلي :

$$\text{الانبوب الاول} = ١ \text{ حوضاً}$$

$$\text{الانبوب الثاني} = ٢/١ \text{ حوض}$$

جزءاً (٧) من يوم ، وعلى الوجه الآخر الاربع تملأ في يوم حوضاً هو سبعة وأربعون جزءاً مما به ، الاول اربعة وعشرون ، والباقي ظاهر .

---

الانوب الثالث =  $\frac{1}{3}$  حوض

الانوب الرابع =  $\frac{1}{4}$  حوض

فتكون الكمية الكلية المتدفقة من الانايب الاربع في اليوم الواحد =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$  حوضاً فطريق الاربعة المتناسبة :

$$\frac{\text{الزمن المطلوب}}{\text{حوض 1}} = \frac{\text{1 يوم}}{\frac{25}{12} \text{ حوضاً}}$$

فيكون الزمن المطلوب لملء الحوض بارسال الانايب الاربعة فيه في وقت واحد :

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2}{25} + \frac{10}{25} = \frac{12}{25} = \frac{1}{\frac{25}{12}}$$

( اي خمسين وخمسي خمس كما جاء بالنص ) .

(٧) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

الجزء الثاني من المسألة يدخل في الاعتبار وجود بالوعة تفرغ كل ما في الحوض في ٨ أيام ، وبالتالي يكون تصرف البالوعة =  $\frac{1}{8}$  حوض يومياً ، ومعنى ذلك ان الانبوبة الرابعة بينما تملأ في اليوم الواحد  $\frac{1}{4}$  الحوض ، فانه نتيجة تصرف البالوعة ، يكون صافي ملء الانبوبة الرابعة في اليوم هو  $\frac{1}{8}$  حوض فقط .

واذا اضيف تأثير عمل الانايب الثلاثة الاخرى تكون كمية التدفق من الانايب الاربع - مع وجود البالوعة - هي :

$$\frac{47}{24} = 1 \frac{23}{24} = \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1$$



[ ٥ ] • مسألة :

سمكة ثلثها في الطين ، وربعها في الماء ، والخارج (١) منها ثلاثة اشبار كم اشبارها .  
فبالأربعة المتناسبة اسقط الكسرين من مخرجها ، يبقى خمسة ، فنسبة الاثني عشر اليها  
كنسبة المجهول الى الثلاثة ، والخارج من قسمة مسطح الطرفين على الوسط المعلوم (٢) سبعة  
وخمس وهو المطلوب .

وبالجبر ظاهر لأنك تعادل شيئاً القى منه (٣) ثلثه وربعه - أعنى ربع شيء وسدسميه (٤)  
- بثلاثة ، ثم تقسمها على الكسر ، يخرج ما مر .

وبالخطأين أظهر لأنك تفرضها (٥) اثني عشر ، ثم أربعة وعشرين ، فيكون الفضل بين  
المحفوظين ستة وثلاثين ، وبين الخطأين خمسة ، وبالتحليل تزيد على الثلاثة مثلها وخمسيها ، لأن  
الثلث والربع من كل عدد يساوي ما بقي وخمسيه ، وقس على ذلك أمثاله .

تنظر النسبة بين الكسور الملقاة ، وبين ما بقي من المخرج المشترك ، وتزيد على العدد  
الذي اعطاه السائل بمقتضى تلك النسبة ، وهذا العمل الاخير من خواص هذه الرسالة .

وبالأربعة المتناسبة :

$$\frac{\text{الزمان المطلوب}}{\text{١ حوض}} = \frac{\text{١ يوم}}{\text{٤٧/٢٤ حوضاً}}$$

.. الزمان المطلوب لملء الحوض - مع تفريغ البالوعة - هو ٤٧/٢٤ من اليوم .  
كذلك فان الانابيب الاربع تملأ في اليوم الواحد - مع وجود البالوعة التي تفرغه بمعدل ١/٨  
حوض في اليوم - حوضاً سعة ٤٧/٢٤ من سعة الحوض موضوع المسألة .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : الباقي .

(٢) في المخطوط ٧٥٣ : المعلومة .

(٣) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٤) وردت في المخطوطات سدسه ، وصحتها سدسيه طبقاً للمعطيات وتفصيلات الحل .

(٥) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : تفرضها

شرح :

في المسألة الخامسة يقدم العامل ثلاث طرق للحل :

[ ٦ ] مسألة :

رجلان حضرا بيع دابة ، فقال أحدهما للآخر ان اعطيتني ثلث ما معك على ما معي  
تم لي ثمنها ، وقال للآخر ان اعطيتني ربع ما معك على ما معي ، تم لي ثمنها ، فكم مع كل  
منهما ، وكم الثمن .

بالاربعة المتناسبة : يكون الخرج المشترك للكسرين ( الثلث والربع ) هو ١٢ .

وباسقاط الكسرين من مخرجيهما يبقى خمسة ، اي انه اذا اعتبر طول السمكة ١٢ يكون  
بمجموع ثلثها وربعها سبعة ، فيكون الجزء الخارج من السمكة ٥ ، ولكن القيمة الحقيقية لهذا  
الجزء هو ثلاثة أشبار .

$$\frac{3}{5} = \frac{\text{طول السمكة}}{12} \quad \therefore$$

$$\text{طول السمكة} = \frac{3 \times 12}{5} = \frac{36}{5} = 7 \frac{1}{5} \text{ شبراً}$$

$$\text{أما بطريق الجبر فيفرض السمكة س} \quad \therefore \text{س} - \text{س} \frac{1}{3} - \text{س} \frac{1}{4} = 3 \\ 3 = \text{س} \frac{5}{12}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{3 \times 12}{5} = 7 \frac{1}{5} \text{ شبراً}$$

وبطريق الخائن نفرض طول السمكة مرة ١٢ شبراً ، ومرة ثانية ٢٤ شبراً ، فينشأ عن الفرض  
الاول خطأ قدره ٢ وعن الفرض الثاني ٧ .

$$\text{ويكون المحفوظ الاول} = \text{المفروض الاول} \times \text{الخطأ الثاني} = 12 \times 7 = 84$$

$$\text{والمحفوظ الثاني} = \text{المفروض الثاني} \times \text{الخطأ الاول} = 24 \times 2 = 48$$

وبذلك يكون طول السمكة  $\frac{\text{الفرق بين المحفوظين}}{\text{الفرق بين الخطأين}}$  ( حيث ان الخطأين بنفس الإشارة )

$$7 \frac{1}{5} = \frac{36}{5} = \text{شبراً}$$

فالجبر تفرض ما مع الاول شيئاً وما مع الثاني ثلاثة لاجل الثلث ، فان أخذ الاول منها درهماً كان معه شيء ودرهم ، وهو الثمن ، وان اخذ الثاني ما قلّه كان معه ثلاثة دراهم وربع شيء ، تعدل شيئاً ودرهماً ، وبعد المقابلة درهماً يعدلان ثلاثة ارباع شيء ، فالشيء درهماً وثلثان ، ومع الثاني الثلاثة المذكورة ، فالثمن ثلاثة دراهم وثلثا درهم ، فذا صححت الكسور كان مع الاول ثمانية ، ومع الثاني تسعة ، والثمن احد عشر درهماً .

وهذه المسئلة سيالة ، ولاستخراجها وأمثالها طريق سهل ليس من الطرق المشهورة ، وهو ان تنقص من مسطح مخرجي الكسرين واحداً أبداً يبقى ثن الدابة ، ثم احد الكسرين يبقى ما مع احدهما ، ثم الآخر يبقى ما مع الآخر ، ففي المثال تنقص من اثني عشر واحداً ثم اربعة ، ، ثم ثلاثة ، ليبقي كل<sup>(١)</sup> من المجهولات الثلاث<sup>(٢)</sup> .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : الثلاثة .

شرح :

هذا النوع من المسائل أطلق عليه العرب اسم المسائل السيالة ، أي المسائل التي ليست لها اجابة وحيدة ، بل تصح لها عدة اجوبة ، وليان ما

نقصد سنرمز لما مع الرجل الاول بالحرف س ولما مع الرجل الثاني بالحرف ص .

$$\therefore \quad \text{س} + \frac{1}{3} \text{ص} = \frac{1}{4} \text{س} + \text{ص}$$

$$\text{وبالجبر} \quad \frac{3}{4} \text{س} = \frac{2}{3} \text{ص}$$

$$\text{وبتصحيح الكسور} \quad 9 \text{س} = 8 \text{ص}$$

$$\text{أي أن} \quad \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{8}{9}$$

واضح من هذه النتيجة ان الاجابة من على المسألة تحدد فقط النسبة بين ما مع الاول الى ما مع الثاني على انها ٨ : ٩ ، وبالتالي يمكن ان يكون مع الاول ثمانية دراهم ، فيلزم ان يكون مع الثاني تسعة دراهم ، ولكن من الممكن ان يكون مع الاول اي مبلغ طالما انه سيكون مع الثاني ٩/٨ هذا المبلغ ، وبذلك يكون لمثل هذه المسألة عدد لا نهائي من الحلول ، ومن ثم جاءت تسميتها بالسيالة .

## [٧] مسألة :

ثلاثة اقداح مملوءة ، احدها باربعة ارطال عسلا ، والآخر بخمسة خلا ، والآخر بتسعة ماءً ، صب في اناء واحد ، ومزجت سكونجييناً ، ثم ملئت الاقداح منه ، فكبر في كل من كل .

فاجمع الاوزان ، واحفظ المجموع ، واضرب ما في كل قدح من الاوزان الثلاثة في كل واحد منها ، واقسم الحاصل على المحفوظ ، فالخارج ما فيه من النوع المضروب فيه ، فتضرب الاربعة في نفسها ، وتقسم كما مر ، ففي الرباعي ثمانية اتساع رطل عسلا ، ثم في الخمسة كذلك ، فيه رطل . وتسع خلا ، ثم في التسعة كذلك ففيه رطلان ماء ، والكل اربعة ، ثم تضرب الخمسة في نفسها ، والاربعة والتسعة ، وتعمل ما مر . يكن في الخامس رطل وثلاثة اتساع ونصف تسع خلا ، ورطل تسع عسلا ورطلان ونصف ماء ، والكل خمسة ، ثم تفعل ذلك بالتسعة ، يكن في التساعي رطلان عسلا ، ورطلان ونصف خلا ، واربعة ارطال ونصف ماء ، والكل تسعة .

ولقد فرض العاملى - في حله - ان ما مع الاول س ، وما مع الثاني ثلاثة دراهم ( لتقبل القسمة على ثلاثة ) ، فحصل على المعادلة :

$$س + ١ = ٣ + ١/٤ س$$

$$\text{وبالمقابلة : } ٣/٤ س = ٢ \quad \therefore س = ٨/٣ = ٢ ٢/٣ \text{ درهماً}$$

ويكون الثمن ٢ ٢/٣ درهماً

وبتصحیح الكسور يكون مع الاول ٨ ، ومع الثاني ٩ ، ويكون الثمن ١١ درهماً . ومن الواضح ان هذا الحل ما هو إلا حل واحد فقط من العدد غير المحدود من الحلول الممكنة .

شرح :

في حل المسألة نجد ان مجموع اوزن العسل والخل والماء هو ١٨ رطلا ، وعند صبها في اناء واحد يتم مزجها وتصبح متجانسة بحيث انه عند إعادة تفريقها في الاقداح بنفس الاوزان الاصلية ، يكون وزن كل من السوائل الثلاث في أي من الاقداح بنسبة ٤ : ٥ : ٩ ، ويكون الوزن الفعلي لاي من هذه السوائل بحسب سعة القدح بالنسبة لمجموع الاوزان وتفصيل ذلك على النحو التالي :

## [٨] مسألة

قيل لشخص كم مضى من الليل ، فقال ثلث ما مضى يساوي ربع ما بقي ، فكم مضى  
وكم بقي .

فبالجبر افرض الماضي شيئاً ، فالباقي اثنا عشر الا شيئاً ، فثلث الماضي يعدل ثلاثة الا  
ربع شيء ، وبمد الجبر ثلث الماضي وربعه يعدل ثلاثة ، فالخارج من القسمة خمسة وسبع ،  
وهو الساعات الماضية . والباقية ست وست اسباع ساعة .

	نصيب القدر الأول من العسل = $\frac{4}{18} \times 4 = 1 \frac{8}{9}$ رطلاً
٤ أرطال	نصيب القدر الأول من الخل = $\frac{4}{18} \times 5 = 1 \frac{1}{9}$ رطلاً
	نصيب القدر الأول من الماء = $\frac{4}{18} \times 9 = 2$ رطلاً
	وبالمثل نصيب القدر الثاني من العسل = $\frac{5}{18} \times 4 = 1 \frac{1}{9}$ رطلاً
٥ أرطال	وبالمثل نصيب القدر الثاني من الخل = $\frac{5}{18} \times 5 = 1 \frac{7}{18}$ رطلاً
	وبالمثل نصيب القدر الثاني من الماء = $\frac{5}{18} \times 9 = 2 \frac{1}{2}$ رطلاً
	كذلك نصيب القدر الثالث من العسل = $\frac{9}{18} \times 4 = 2$ رطلاً
٩ أرطال	كذلك نصيب القدر الثالث من الخل = $\frac{9}{18} \times 5 = 2 \frac{1}{2}$ رطلاً
	كذلك نصيب القدر الثالث من الماء = $\frac{9}{18} \times 9 = 4 \frac{1}{2}$ رطلاً

ومن الواضح ان اوزان المزيج في الاقداح الثلاثة هي ٤ ، ٥ ، ٩ رطلاً من التوالي .

وبالاربعة المتناسبة اجعل الماضي شيئاً ، والباقي اربع ساعات لاجل الربع ، فثالث الشيء يساوي ساعة ، فالشيء الماضي (١) ثلاث ساعات ، والكل مبيعة ، فنسبة الثلاثة الى السبعة كنسبة المجهول الى اثني عشر ، فاقسم مسطح الطرفين على الوسط ، يخرج خمسة وسبع .

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في المسألة الثانية فرض ما مضى من الليل س ، فيكون الباقي ( ١٢ - س ) ساعة وحسب النص يكون :

$\frac{1}{3} س = \frac{1}{4} ( ١٢ - س )$  ( ثلث الماضي يعدل الاربعة شيء )  
وبالجبر :  $( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} ) س = ٣$  ( ثلث الماضي وربعه يعدل ثلاثة )

$$\therefore \frac{7}{12} س = ٣ \quad ٢ س = \frac{36}{7} = \frac{5}{7} ساعة$$

$\therefore$  ما مضى من الليل  $= \frac{15}{7}$  ساعة

وما بقي منه  $= \frac{66}{7}$  ساعة

هذا وقد اورد العاملي حلا للمسألة - بطريق الاربعة المتناسبة - بان فرض ما مضى من الليل س ، وما بقي اربع ساعات ( لتقبل القسمة على اربعة )  
فحسب هذا الفرض يكرن  $\frac{1}{3} س =$  ساعة واحدة

ويكون ما مضى من الليل ٣ ساعات

بهذا الاسلوب اوجد العاملي النسبة بين ما مضى من الليل الى ما بقي منه على انها ٣ : ٤ ، فيكون مجموع ساعات الليل - حسب هذا الافتراض - سبع ساعات ، ولما كان مجموع الساعات في الواقع هو اثني عشر ، فبالتناسب نحصل على :

$$\frac{س}{١٢} = \frac{٣}{٧} = \frac{\text{ما مضى من الليل}}{\text{طول الليل}}$$

( نسبة اثلثة الى السبعة كنسبة المجهول الى اثني عشر )

$$\therefore ٧ س = ٣ \times ١٢ ، \quad س = \frac{36}{7} = \frac{1}{7} ساعة كما تقدم$$

## [ ٩ ] • مسألة :

رمح مركوز في حوض ، والخارج عن الماء منه خمسة اذرع ، فمال مع ثبات طرفه حتى لاقى رأسه سطح الماء ، فكان البعد بين مطالعة من الماء ، وموضع ملاقات رأسه له (١) عشرة اذرع ، كم طول الرمح .

فبالجبر تفرض الغائب في الماء شيئاً ، فالرمح خمسة وشيء ، ولا ريب ان بعد الميل وتر زاوية (٢) قائمة احد ضلعها العشرة الاذرع ، والآخر قدر الغائب منه ، اعني الشيء ، فمربع الرمح - اعني خمسة وعشرين ومالا وعشرة اشياء - مساو لمربعي العشرة والشيء ، اعني مائة ومالا يشكل العروس ، وبعد اسقاط المشترك يبقى عشرة اشياء معادلة خمسة وسبعين ، والخارج من القسمة سبعة ونصف ، وهو القدر الغائب في الماء ، فالرمح اثنا عشر ذراعاً ونصف .

ولاستخراج هذه المسئلة ونظائرها طرق اخرى ، تطلب مع براهينها من كتابنا الكبير وفقنا الله تعالى لاتمامه .

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ :

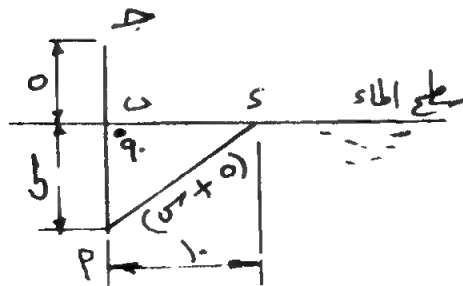
(٢) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

شرح :

في المسألة التاسعة نفرض القدر الغائب في الماء والرمح مركوز في الحوض شيئاً أي س

فيكون طول الرمح = (س+٥) ذراعاً

ويتضح من شكل (١٧) انه بالنسبة للمثلث القائم الزاوية ا ب د .



شكل (١٧) - مسألة الرمح المركوز في الحوض

---

( ٥ | س )<sup>٢</sup>      ٢١٠ | س<sup>٢</sup>  
 ٢٥ | س<sup>٢</sup> + ١٠ | س      ١٠٠ | س<sup>٢</sup> + ( خمسة وعشرون ومال وعشره  
 أشياء تعدل مائة ومالاً )

وباسقاط المشترك : ١٠ | س = ٧٥  
 ∴ س = ٧٥ ذراعاً      العقد الغائب في الماء  
 ويكون طول الرمح = ٧٥ + ٥ = ٨٠ ذراعاً



## خاتمة

قد وقع للحكام الراسخين في هذا الفن مسائل صرفوا في حلها افكارهم ، ووجهوا الى استخراجها أنظارهم ، وتوصلوا الى كشف نقابها بكل حيلة ، وتوصلوا الى رفع حجابها بكل وسيلة ، فما استطاعوا اليها سبيلا ، وما وجدوا عليها مرشداً ودليلاً . فهي باقية على عدم الانجلال من قديم الزمان ، مستصعبة على سائر الأذهان ، الى هذا الآن .

وقد ذكر علماء هذا الفن بعضها في مصنفاتهم ، وأوردوا شطراً منها في مؤلفاتهم تحقيقاً لاشتمال هذا الفن على المستصعبات الآيات ، وافحاماً لمن يدعي عدم العجز في الحسابات ، وتحذيراً للحاسبين من التزام الجواب عما يورد عليهم منها ، وحثاً لأصحاب الطبايع الوقادة على حلها والكشف عنها .

وأنا أوردت في هذه الرسالة سبعة منها على سبيل الانعوج ، اقتداءً بمنارهم ، واقتفاءً لآثارهم ، ( وهي هذه )<sup>(١)</sup> :

### الاولى :

عشرة مقسومة بقسمين ، اذا زيد على كل (٢) جذره ، وضرب المجتمع في المجتمع ، حصل عدد مفروض .

(١) ناقصه في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

يختتم بهاء الدين العاملي كتابه بذكر سبعة من المسائل التي لم يوجد لها حل على عصره ، وذلك على سبيل المثال ، تقدمها بصيغها الرمزية فيما يلي :

(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

نفرض - في هذه المستصعبة الاولى - أحد قسمي العشرة : س<sup>٢</sup>

فيكون القسم الآخر : (١٠ - س<sup>٢</sup>) :

بذلك نحصل - طبقاً لنص المسألة - على المعادلة :

$$(س^٢ + س) [(١٠ - س^٢) + \sqrt{(١٠ - س^٢)^٢}] = حيث > العدد المفروض$$

أي أن : س<sup>٤</sup> + س<sup>٣</sup> - ١٠س<sup>٢</sup> - ١٠س + = (س<sup>٢</sup> + س) \sqrt{١٠ - س^٢}

## الثانية :

مجذور ان زدنا عليه عشرة ، كان للمجتمع (١) جذر ، او نقصناها منه ، كان الباقي (٢) جذر .

ومن الواضح ان صعوبة الحل تكمن في أن المعادلة من الدرجة الرابعة .  
هذا ومن المعروف ان ابا الوفاء البوزجاني ( ٩٤٠ - ٩٩٨ م ) قد حل - بطريقة هندسية - المعادلة :

$$س^٤ + ب س^٣ = هـ$$

( عن كتاب البوزجاني : « استخراج ضلع المكعب بمال مال وما ترتب منها » )

كما أنه قد تمكن من التوصل الى حلول اخرى تتعلق بالقطع المكافئ .  
كذلك فان مؤلفات عمر الخيامي ( ١٠٤٨/٣٨ - ١١٢٣ م ) تشتمل على معادلة من الدرجة الرابعة هي :

$$(١٠٠ - س^٢) (١٠ + س) = ٨١٠٠$$

ويضيف الخيامي ان جذر هذه المعادلة ماهو الا نقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$$س^٢ + ص = ١٠٠ \quad ( \text{ ويمثل دائرة نصف قطرها } = ١٠ )$$

$$ص (١٠ + س) = ٩٠ \quad ( \text{ ويمثل قطعاً زائداً } )$$

وهو حل المعادلة الاصلية :  $س^٤ + ٢٠ س^٣ - ٢٠٠٠ س = ١٩٠٠$

(١) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : المجتمع جذراً .

(٢) في المخطوطين ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ : الباقي جذراً .

شرح :

في هذه المستصبة الثانية سنرمز للجذور ( أي الذي يمكن جذره ، بمعنى ان يكون له جذر صحيح ) بالرمز  $س^٢$  ، فنحصل - حسب المتن - على المعادلتين :

$$س^٢ + ١٠ = ١٠٠$$

$$س^٢ - ١٠ = ٩٠$$

التالثة :

اقر لزيد بعشرة الا جذر ما لعمر ، ولعمر بخمسة الا جذر ما لزيد .

الرابعة :

عدد مكعب قسم بقسمين مكعبين .

شرح :

حيث  $ج_1$  ،  $ج_2$  أعداد صحيحة ، هما جذرا المجتمع من زيادة العشرة او نقصانها من الجذور  $س^2$  علي التوالي ،  $س$  عدد صحيح أيضاً .  
وبجمع المعادلتين نصل الى النتيجة الآتية :

$$س^2 = ج_1^2 + ج_2^2$$

أي أنه من الحال تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، وهو ما جاء فيما بعد في نظرية نسبت للعالم الرياضي الفرنسي « فيرما » ، ومستمناول هذه النظرية بتفصيل اكثر عند الحديث عن المستصبة الرابعة .

شرح : نفرض ان ما مع عمرو  $س^2$  ( وذلك حتى يكون جذره  $س$  )

∴ ما اقر لزيد = ( ١٠ -  $س$  )

ويكون ما لعمر =  $٥ - \sqrt{١٠ - س}$

وبذلك نحصل على المعادلة :

$$س^2 = ما مع عمرو = ٥ - \sqrt{١٠ - س}$$

$$س^2 - ٥ = \sqrt{١٠ - س}$$

وبتربيع طرفي المعادلة :

$$١٠ - س = ٢٥ - ١٠ س + س^4$$

$$∴ س^4 - ١٠ س + ١٥ = صفرأ$$

فهذه المستصبة تؤدي الى معادلة من الدرجة الرابعة ، ومن هنا جاءت الصعوبة في حلها .

شرح :

هذه المستعبدة الرائعة هي في الواقع أساس ما عرف فيما بعد بمسألة او نظرية « فيرما » نسبة الى الرياضي الفرنسي « بيير دي فيرما » (Pierre de Fermat) الذي عاش في الفترة من سنة ١٦٠١ حتى سنة ١٦٦٥ م . ولقد وقعت في يد فيرما نسخة من طبعة جديدة لكتاب الحساب (Arithmetica) الذي ألفه العالم ديوفانتس السكندري Diophantus الذي نبغ حوالي عام ٢٥٠ م ، فعلق فيرما على هامش إحدى صفحات هذه النسخة ، وذلك حوالي عام ١٦٣٧ م ، فكتب عبارته الالمشية الشهيرة التي عرفت بنظرية فيرما :

« من المحال تقسيم المكعب الى مكعبين ، أو ضعف المربع الى مربعين ، أو بوجه عام تقسيم أية قوة ( يقصد أس ) أعلى من المربع الى قوتين من نفس الدرجة .

ولقد اكتشفت برهاناً جديراً حقاً بالاعتبار ، بيد أن هذا الهامش البالغ الصغر لا يتسع لاحتوائه » .

وانصورة العامة لهذه المسألة المستحيلة الحل - كما نعبّر عنها برموزنا الرياضية المعاصرة هي :

تكون المعادلة :  $S^n + V^n = E^n$  مستحيلة الحل طالما ان  $S$  ،  $V$  ،  $E$  أعداد صحيحة ، وان  $n$  عدد صحيح اكبر من العدد ٢ .

ولقد أثبت فيرما هذه النظرية لقيمة  $n = ٤$  ، إلا ان البرهان العام لعبارته الالمشية لم يتم الكشف عنه الى يومنا هذا .

وجدير بالذكر ان هذه المسألة المستعبدة قد ذاع صيتها ، ورصدت جائزة ضخمة لمن يأتي بحل لها ، وقد بذل كثير من الرياضيين الغربيين جهوداً ضخمة لايجاد برهان عام لهذه النظرية سواء بالاثبات او بالنفي ولكن دون جدوى .

ومن الواضح ان ملاحظة فيرما الخاصة باستحالة تقسيم المكعب الى مكعبين قد جاءت بعد انتهاء بهاء الدين العاملي من كتابة مؤلفه « خلاصة الحساب » ، بل ان هذه الملاحظة الالمشية لفيرما قد جاءت بعد وفاة العاملي بحوالي خمسة عشر عاماً ، وبالتالي فسبق العرب في هذا الموضوع ثابت بين .

كذلك فان ملاحظة فيرما باستحالة تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، هي نفسها المستعبدة الثانية التي تقدم ذكرها في هذه الخاتمة ، كذا في المستعبدة السابعة ، ولا جدال في سبق العرب الى هذه الاستحالة .

الخامسة :

عشرة مقسومة بقسمين ، إذا قسمنا كلا منها على الآخر ، وجعنا الخارجين ، كان المجتمع مساوياً لاحد قسمي العشرة .

شرح :

في المستصبة الخامسة نفرض احد قسمي العشرة س : فيكون القسم الآخر من العشرة (١٠-س) وطبقاً لمنطوق المسألة نحصل على المعادلة :

$$\frac{س}{س-١٠} + \frac{س-١٠}{س} = س \text{ او } (س-١٠)$$

$$\frac{س^2(س-١٠)+س^2}{س(س-١٠)} = س \text{ او } (س-١٠)$$

$$س^2 + س^2(س-١٠) = س(س-١٠)$$

$$(١) \quad \text{أي أن } س^3 - ٨س^2 - ٢٠س + ١٠٠ = \text{صفرًا}$$

وان كان التساوي مع القسم الآخر من العشرة تكون المعادلة هي :

$$س^2 + س^2(س-١٠) = س(س-١٠)$$

$$(٢) \quad \text{أي } س^3 - ٢٢س^2 + ١٢٠س - ١٠٠ = \text{صفرًا}$$

ومن الواضح ان المسألة تؤول الى معادلة من الدرجة الثالثة - اما المعادلة (١) أو المعادلة (٢) - ومن هنا كان الاستصعاب في حلها .

ولقد كانت هناك محاولات من جانب العلماء العرب لحل معادلة الدرجة الثالثة التي يعبر عنها بالمعادلة العامة :

أ  $س^3 + ب س^2 + ح س + د = \text{صفرًا}$  وذلك بالطرق الهندسية - لا الجبرية - بواسطة قطوع الخروط . ومن امثال الرياضيين العرب الذين ساهموا في مثل هذه الحلول أبو عبدالله محمد عيسى الماهاني ( توفي سنة ٨٧٤ م ) ، وثابت بن قره الخراساني ( توفي عام ٩٠١ م ) وأبو جعفر الخازن الخراساني ( توفي حوالي سنة ٩٧١ م ) ، والحسن بن الهيثم ( توفي عام ١٠٣٩ م ) ، وعمر الخيامي ( توفي بين سنتي ١١٢٣ م ، ١١٣٢ م ) .

فينسب الى ابي عبد الله محمد عيسى الماهاني معادلة الدرجة الثالثة :

$$س^3 + د^2 = ب س^2$$

وقد عالجها بطريق قطوع المخروط فعرفت باسمه ، وهو الذي تصدى مسألة قطع الكرة بمستوى يقسمها بحيث تكون النسبة بين حجمي جزأها نسبة معينة :

كذلك سمى علماء العرب لحل المسألة التي تقول :

« كيف تجد ضلع مسبع منتظم على ان يكون إنشاء الضلع من المعادلة .

$$س^3 - س^2 - 2س + 1 = صفرأ ،$$

وقد تمكن ابو الجود محمد بن الايث ( المتوفي سنة ٤٠٠ هـ = ١٠٠٩ م ) من التوصل الى حل لها بواسطة قطوع المخروط ، واليه ينسب كتاب في بيان كيفية رسم المضلعات المنتظمة : « المسبع والمتسع » .

أما غياث الدين ابو الفتح عمر بن ابراهيم الخيامي فقد تضمنت مؤلفاته حلولاً - بطرق هندسية - لعدة صور من معادلة الدرجة الثالثة فوجزها فيما يلي :

$$(١) \text{ المعادلة : } س^3 + س^2 = د^2$$

وجذرها - حسب قول الخيامي - يتج من تقاطع الخطين البيانيين :

$$س^2 = د - ص$$

$$ص^2 = س ( د - س )$$

(٢) المعادلة :  $س^3 + ب س^2 = د^3$  ( حيث ب ، د اعداد صحيحة موجبة ) .  
ويشير عمر الخيامي الى ان جذر هذه المعادلة هو قيمة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$$س ص = د^2$$

$$ص^3 = د ( س + ب )$$

(٣) المعادلة :  $س^3 + ب س^2 + د س = د^3$  ( حيث ب ، د اعداد صحيحة موجبة )  
وهذه اعم صور معادلة الدرجة الثالثة التي تعرض لها الخيامي ، ويعطي جذراً لها قيمة س لنقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$$ص^3 = ( س + ب ) ( د - س )$$

$$س ( د \pm ص ) = د^2$$

## السادسة :

ثلاثة مربعات متناسبة مجموعها مربع .

هذا هو موقف علماء العرب من معادلة الدرجة الثالثة حتى صدر القرن الثاني عشر للميلاد ، ومنه يتبين ان العرب قد نجحوا في حل صور كثيرة لها بطرق هندسية ، قبل ان يبدأ ظهور الحلول الجبرية لها في القرن الخامس عشر للميلاد .

شرح : نفرض ان المربعات الثلاث هي  $s^2$  ،  $v^2$  ،  $e^2$  حيث  $s$  ،  $v$  ،  $e$  أعداد صحيحة .

فالمستصعبه السادسة هي :

$$s^2 + v^2 + e^2 = h^2 \text{ حيث } h \text{ عدد صحيح}$$

واذا كانت المربعات  $s^2$  ،  $v^2$  ،  $e^2$  متناسبة ومساوية للتناسب بين  $a$  ،  $b$  ،  $c$  ، حيث  $a$  ،  $b$  ،  $c$  أعداد صحيحة ، فان المعادلة تتحول الى الصورة :

$$h^2 = s^2 \cdot \left( \frac{a+b+c}{p} \right)$$

ولأمكن حل هذه المعادلة (على ان يكون كل من  $a$  ،  $b$  ،  $c$  ،  $s$  ،  $h$  عدداً صحيحاً) ، يشترط ان يكون  $a + b + c$   $p$  مربعاً ، وفي هذه الحالة فهناك حلول خاصة لهذه المعادلة ، مثال ذلك ان تكون النسبة  $a : b : c$  مساوية لـ  $1 : 3 : 12$

$$\text{حيث أن } 16 = \frac{a+b+c}{p} = 16 = s^2$$

أما إذا قصد بالمربعات المتناسبة تلك التي تكون اضلاعها مثلثاً قائم الزاوية ، فان المستصعبه تتخذ صورة أخرى هي :

$$h^2 = s^2 + v^2 + e^2 = 2s^2 \text{ مثلاً ( إذا كانت } s \text{ وتر المثلث القائم الزاوية ذي الضلعين } s \text{ ، } e \text{ أي أن } 2s^2 = h^2$$

وحيث ان العدد  $2$  ليس عدداً مربعاً ، فلذلك يستحيل حل المعادلة بأعداد صحيحة لـ  $s$  ،  $v$  ،  $e$  .

## السابعة :

مجنور (١) اذا زيد عليه جذره (٢) ودرهمن ، او نقص منه جذره ودرهمن ، كان للمجتمع (٣) او الباقي جذر .

هذا (١) واعلم أيها الاخ العزيز الطالب لنفايس الطالب أني قد اوردت لك في هذه الرسالة الوجيزة ، بل الجوهرة (٢) العزيزة ، من نفايس عرايس قوانين الحساب ، ما لم يجمع

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : جذر .

(٣) في المخطوطين ١٢٥٣ ، ٧٥٣ : المجتمع .

(٤) في المخطوطين ١٢٥٣ ، ٧٥٣ : جذراً .

## شرح :

في هذه المستصبة السابعة نفرض المجنور ( اي الذي يمكن ايجاد جذر صحيح له )

( حيث س عدد صحيح )

س<sup>٢</sup>

وبالتالي يمكن التعبير عن المستصبة بالمعادلتين :

$$س^٢ + س + ٢ = ٢١٧$$

$$س^٢ - س - ٢ = ٢٢٧$$

حيث ١٧ ، ٢٧ عددان صحيحان هما جذراً المجتمع في حالي الاضافة والنقصان

على التوالي :

وبجمع المعادلتين نحصل على المستصبة :

$$٢س^٢ = ٢١٧ + ٢٢٧$$

اي انه - طبقاً لكلام العايلي في هذا المخطوط - يستحيل تقسيم ضعف المربع الى

مربعين ، وهو نفس ماحاء بالمستصبة الثانية ، وهو سبق على ماورد في الملاحظة الهامشية للعالم

الرياضي الفرنسي فيرما ، كما تقدم بيانه في المستصبتين الثانية والرابعة .

(١) ناقصة في المخطوطين ١٢٥٣ ، ٧٥٣ . (٢) في المخطوط ١٧٧٣ : الجواهر .



الى الآن في رسالة ولا (٣) كتاب ، فاعرف قدرها ، ولا (٤) ترخص مهرها ، وامنعها عمن (٥) ليس هو (٦) أهلها ، ولا تزفها الا (٧) الى (٨) حريص ، على أن يكون بعلمها ، ولا تبذلا للكثيف الطبع من الطلاب ، لئلا تكون معلقاً للدره في اعناق الكلاب ، فان كثيراً (٩) من مطالعها حري بالصيانة والكمّان ، تحقيق بالاستتار عن أكثر أهل هذا (١٠) الزمان ، فاحفظ وصيتي إليك ، والله حفيظ (١١) عليك ] وينتهي المخطوط ١٢٥٣ بالعبارة التالية : [

« تمت الرسالة بمون الله الملك الغفار في سنة تسعين وألف محرم الحرام »

[ وينتتم المخطوط ١٧٧٣ الكتاب بالعبارة : [

« تمت الرسالة اللطيفة بتوفيقات الأزلية الشريفة ، وصلى الله على سيدنا محمد وعلى وصحبه

وسلم »

[ أما المخطوط ٧٥٣ فيستطرد بالتذنيب التالي : ]

- 
- |                               |                                     |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| (٣) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .   | (٤) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .         |
| (٥) في المخطوط ١٧٧٣ : لمن .   | (٦) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ . |
| (٧) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .   | (٨) في المخطوط ١٢٥٣ : على .         |
| (٩) في المخطوط ١٢٥٣ : أكثر .  | (١٠) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .        |
| (١١) في المخطوط ١٧٧٣ : حافظ . |                                     |

## ★ تذييب

ومن أهم ما ينبغي ان يقتضي في هذا الفن ما عرف بين الناس بقسمة الغرماء وهي قسمة مال غير وان بحقوق متفاوتة على حسب التفاوت ، ويسمى المال بالموجود ، وبمجموع الحقوق بالديون .

فان كان للموجود نسبة من النسب المنطقية من الديون ، فان كان جزءاً مفرداً أو مضافاً فاقسم كل حق على المخرج ، فما خرج فهو ما يستحقه من الموجود .

وان كان جزءاً مكرراً فاضربه في عدة امثال الجزء ، فالخاصل هو المستحق ، أو معطوفاً ، فحصل مجموع المعطوفين من المشترك ، فاضرب الخارج في المجموع .

مثاله :

رجل مديون من زيد بدينارين ، ومن عمرو بخمسة ، ومن بكر بثمانية ، ومن خالد بخمسة عشر ، والموجود عشرة ، وهي ثلث الديون .

فتقسم أخذ حق كل احد على الثلاثة ، فما خرج فهو له من العشرة ، فلزيد ثلثا دينار ، ولعمرو دينار وثلثاه ، ولبكر ديناران وثلثان ، ولخالد خمسة دنانير أو اربعة وهي ثلثا خمس من ثلثين ، فتقسم كل دين .

---

★ هذا التذييب لا يشتمل عليه المخطوط ١٧٧٣ ، اما المخطوط ١٢٥٣ في المكتبة الاحمدية بحلب فيورد - مكان التذييب - « قاعدة في بيان تقسيم الغرماء » ، تقدمها بلفظها بمعد تذييب المخطوط ٧٥٣ عليه .

شرح :

في هذا التذييب بين العاملي كيفية تقسيم مال موجود على مجموعة من المستحقين ، تزيد استحقاقاتهم أو ديونهم على المال الموجود ، وقد بين العاملي أنه في مثل هذه الحالة فان نصيب كل مستحق يساوي دينه مضروباً في النسبة بين المال الموجود ومجموع الديون أو المستحقات .

ففي المثال الأول مجموع الديون = ٣٠

بينما المال الموجود = ١٠

وبالتالي يأخذ كل من الدائنين  $10/30 = 1/3$  دينه

من خمسة عشر ، وتضرب كل خارج في الاثنين ، وهو عدة امثال الجزء ، فما حصل فهو ما يستحقه من الاربعة ، فلزيد خمس دينار وثلاث خمسة ، ولعمرو ثلثا دينار ، ولبكر دينار وثلاث خمسة ، وخالد ديناران ، فاندرج فيه القسمان مثالا .

ولو كان الموجود احد وعشرون ديناراً ، وهو نصف وخمس من ثلاثين ، فتقسم كل دين على العشرة ، وتضرب الخارج في السبعة ، اذ هي مجموع الكسرين من العشرة ، حصل فهو المطلوب .

فلزيد دينار وخمسة ، ولعمرو ثلاثة دنائير. وثلاث اخماس دينار ، وخالد عشرة دنائير ونصف .

وان لم يكن بينهما<sup>(١)</sup> نسبة ، كذلك فان توافقاً فاضرب وفق الموجود في كل دين ، واقسم الحاصل على وفق الديون ، فما خرج فهو المطلوب . ★

فيكون المال الموجود قد قسم على الدائنين بنفس النسبة بين ديونهم ، فيستحق لزيد  $\frac{4}{3}$  دينار ، ولعمرو  $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$  دينار ، ولبكر  $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$  دينار ، وخالد  $\frac{15}{3} = 5$  دنائير .

أما ان كان المال الموجود ٤ دنائير ، فان كل واحد من الدائنين يسحق من دينه على النسبة  $\frac{4}{30}$  أي  $\frac{2}{15}$  ( ثلثا خمس )

فتكون الاستحقاقات على التوالي  $\frac{4}{15}$  )  $\frac{1}{5 \times 3} + \frac{3}{15} =$  أي خمس دينار وثلاث خمسة ( ،  $\frac{2}{3}$  دينار ،  $\frac{1}{5 \times 3}$  ) دينار وثلاث خمسة ( ، وديناران .

وإن كان المال الموجود ٢١ ديناراً ( وهو  $\frac{7}{10}$  من مجموع الديون أي  $\frac{5}{10} + \frac{2}{10}$  ) من الديون ، أي نصف وخمس من ثلاثين ) ، فتضرب دين كل في النسبة  $\frac{7}{10}$  تحصل على نصيبه من المال الموجود ، فتكون الانصبة على التوالي :

$$\frac{2}{5} ، 1 ، \frac{1}{2} ، 3 ، \frac{3}{5} ، \frac{1}{4} ، 10 \text{ ديناراً .}$$

(١) أي بين الموجود ومجموع الديون .

مثاله :

مال بين الجماعة المذكورة ، تزيد تسعون ديناراً ، ولعمرو مائة ، وبكر مائة وخمسون  
وخلال مائة وستون ، فالجموع خمسمائة ، وقد سرق منه مائتان وعشرون ديناراً .  
فالموجود مائتان وثمانون ، وبين الديون والموجود توافق بالخمس ، وبالعشر والاقبل امثل .  
فنضرب نصف العشر من الموجود وهو اربعة عشر في تسعين ، ونقسم الستين والمائتين  
والالف ، على نصف العشر من الديون ، وهو خمسة وعشرون ، يخرج خمسون ،

★ شرح :

يبين العاملي الحالة التي يكون فيها بين الديون والمال الموجود توافق ، أي أي يكون  
لهما عامل مشترك ، ففي المثال مجموع الديون ٥٠٠ بينما المال الموجود ( المتبقى  
بعد السرقة ) هو ٢٨٠ ، والمعدان ٥٠٠ ، ٢٨٠ كل منهما يقبل القسمة على ٢٠ ،  
فيكون بينهما توافق بنصف العشر .

$$\frac{14}{25} = \frac{280}{500} = \frac{\text{المال الموجود}}{\text{مجموع الديون}}$$

ولايجاد نصيب كل من المال الموجود ، نضرب الدين في ١٤ ونقسم الحاصل على ٢٥

$$\text{فيكون نصيب زيد} = \frac{14 \times 90}{25} = 50 \frac{2}{5} \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب عمرو} = \frac{14 \times 100}{25} = 56 \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب بكر} = \frac{14 + 150}{25} = 84 \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب خالد} = \frac{14 \times 160}{25} = 89 \frac{3}{5} \text{ ديناراً}$$

ونجمع هذه الانصبة فنحصل على المال الموجود .

عشرة وهي خمسان<sup>(١)</sup> .

فليزد من الموجود خمسون ديناراً وخمسة ، وعلى هذا القياس في الثلاثة الباقين ، فلمعرو ستة وخمسون ، وليكر أربعة وثمانون ، ولخالد تسعة وثمان ديناراً وثلاثة أخماسه . وهذا الطريق يجري في الاول ايضاً ، ففي الصورة الاولى من المثال تضرب كل دين في خمس العشرة ، وتقسم الحاصل خمس الثلاثين ، وقس عليه الصور الباقية ، وإن تباينا فاضرب أصل كل دين في الموجود ، واقسم الحاصل على الديون .

مثال :

رأس مال بين الجماعة ، لزيد ألف وخمسون درهماً ، ولعمرو تسعمائة وستة عشر ، وليكر اربعمائة وثلاثون ، ولخالد ثلاثمائة وسبعون ، فالجموع ستة وستون وسبعمائة وألف درهم ، وقد حصل منه غناء ، وهو خمسون وثلاثمائة دينار ، فنضرب اخصين والالف في خمسين وثلاثمائة ، ونقسم على ستة وستين وسبعمائة والفين ، يخرج اثنان وثلاثون ومائة ، ويبقي ثمانية وثمانون وثلاثمائة والفيان ، وهو كسر مكرر ، مخرجه المقسوم عليه .

فازيد من الماء اثنان وثلاثون ومائة دينار ، وثمانية وثمانون وثلاثمائة وألف جزء ، من ستة وستين وسبعمائة وألف جزء من دينار ، وعلى هذا القياس في الباقين ، وهو يرجع الى الاول ، وبعم الكل .

وهذان الاخيران هما المشهوران في المدونات الفرائضية ، وربما كان لكل دين أو لبعضها نسبة معلومة الى الديون ، فلك أن تقسم الموجود على مخرج النسبة ، فالخارج هو المطلوب .

---

(١) بالنسبة الى الخمسة والعشرين .

شرح :

في المثال الثالث جماعة مكوثة من زيد وعمرو وبكر وخالد لهم من رأس المال ١٠٥٠ ، ٩١٦ ، ٤٣٠ ، ٣٧٠ درهماً على التوالي ، فيكون رأس مال الجماعة ٢٧٦٦ درهماً ، وقد زاد هذا المال بالتنمية مبلغاً قدره ٣٥٠ ديناراً .

$$\text{فيكون نصيب زيد من الماء} = \frac{1050}{2766} \times 350 = \frac{2388}{2766} = 132 \text{ ديناراً}$$

وعلى نفس القياس يعين نصيب الباقين .

مثاله :

أوصي للجماعة ثلاثمائة دينار ، لزيد مائه ، ثلث ، ولعمرو مائة وخمسين ، وهو نصف  
ولبكر ثلاثين ، وهو عشر ، وخالده عشرين ، وهو ثلث أخمس ، ولم تنفذ . وثلث التركة  
تسع وخسون ومائتا دينار .

شرح :

في المثال الرابع ان كان مجموع المال الموصى به ٣٠٠ دينار ، فنصيب زيد ١٠٠ ويعادل  
١/٣ المال ، ونصيب عمرو ١٥٠ ويقابل ١/٢ المال ، ونصيب بكر ٣٠ يساوي ١/١٠ المال ،  
ونصيب خالد ٢٠ ويعادل ١/٣ × ١/٥ المال إلا ان هذه الوصية لم تنفذ ، وأصاب الجماعة  
ثلث التركة فقط ويساوي ٢٥٩ ديناراً ( بدلا من اصل الوصية البالغ ٣٠٠ ديناراً )

$$\therefore \text{نصيب زيد} = \frac{1}{3} \times 259 = 86 \frac{1}{3} \text{ ديناراً}$$

$$\text{نصيب عمرو} = \frac{1}{2} \times 259 = 129 \frac{1}{2} \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب بكر} = \frac{1}{10} \times 259 = 25 \frac{9}{10} \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب خالد} = \frac{1}{15} \times 259 = 17 \frac{4}{15} \text{ ديناراً}$$

$$(\text{أي } 17 + \frac{3}{15} + \frac{1}{5+3} : \text{سبعة عشر ديناراً، وخمس، وثلث خمس دينار})$$

أما إن كان ما أوصى به لزيد هو ٩٠ ديناراً ( = ٣/١٠ الوصية )

وما أوصى به لبكر هو ٤٠ ديناراً ( = ٢/٣ × ١/٥ الوصية )

$$\text{فإن نصيب زيد} = \frac{3}{10} \times 259 = 77 \frac{7}{10}$$

$$= 77 \frac{7}{10} \text{ ديناراً}$$

وبما مر من القواعد يسهل الامر في المعطوف ، وهذا الاخير يعم الثلاثة ، وهو  
والاول مما تفرد به الرسالة ، وللدوانييين من أهل الرقوم طريق آخر يزيدون على سطر الموجود  
المنة لله تعالى وتقدس

محمد باقر بن محمد باقر

## مكتبتى الخاصة

**على موقع ارشيف الانترنت**

## الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

$$2 \times 17 \frac{4}{10} = \frac{2}{10} \times 259 = \text{ونصیب بکر}$$

$$\text{دیناراً } \left( \frac{3}{10} + \frac{5}{10} + 34 \right) = 34 \frac{8}{10} =$$

(أي أربعة وثلاثون وثلث وخمس ، كما جاء في النص )

## قاعدة في بيان تقسيم الغرماء<sup>(١)</sup>

تضرب دين كل واحد من الغرماء في التركة ، وتقسم الحاصل على<sup>(٢)</sup> مجموع الديون  
فخارج القسمة هو حظ صاحب المضروب في التركة .

مثاله :

التركة عشرون ، واحد الديون ثمانية ، والآخر عشرة ، والآخر اثني عشر ، ومجموع  
الديون ثلثون .

ضربنا الاول في التركة ، حصل مائة وستون ، قسمناه على مجموع خمسة وثلث ، فهو  
حظ صاحب الثمانية ، ثم ضربنا الثاني وقسمنا الحاصل ، لذلك خرج ستة وثلثان وهو  
حظ صاحب العشرة ، وعملنا بالدين الثالث ، كذلك حصل ثمانية وهو نصيب صاحب  
الاثني عشر من التركة ، وهذا العمل يكون اذا لم تكن الديون كثيرة ، واذا كانت  
كثيرة بحيث يتعسر ضبط حاصل ضربها<sup>(٣)</sup> وقسمتها ، فارسم الجدول  
على هذه الصورة ، اي سطوره بعدة الديون ، وضع كل واحد من الديون ،  
فيها اي في خلالها ، وصورة التركة فوقه ، وصورة مجموع الديون تحته ، واعمل ما  
عرفت من ضرب كل من الديون في التركة ، وقسمة الحاصل على مجموع الديون ،  
ووضع الخارج كذلك مهلا عليك وصورة العمل هكذا : يعني الديون وهي الثمانية  
والعشرة ، والاثنا عشر ، كل منها موضوع في علو سطر من سطور الشكل موضوع  
فوقه صورة العشرين التي هي عبارة عن التركة ، تحته الثلثين التي هي عبارة عن مجموع  
الديون ، وقد ضرب كل منها في التركة . ووضع حاصل ضربه تحته بعد خط عرضي

---

(١) مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب رقم ١٢٥٣ : الصفحات ٥٢ حتى ٥٥

(٢) ناقصة في المخطوط .

تعقيب :

قد تكون هذه القاعدة من تصنيف رمضان الكوردي كما جاء بآخر المخطوط ، وهي  
لا تخرج في معانيها عما جاء بتدنيب العاملي في مخطوطه .



	التركة ٢٠	
٢٠ ١٢	٢٠ ١٠	٢٠ ٨
٢٠ ٤	٢٠٠	١٦٠
٢٤٠	٢٠٠	
٣٠	٣٠	٣٠
٨	٦	٥
	٢٠	٢٠
	مجموع ديناره ٣٠	

وقسم الحاصل على مجموع الدين ، ووضع خارج القسمة تحت المقسوم عليه ، اعني الثلاثين بعد حط عرضي ، وما بقي من المقسوم كسراً رسمت صورته تحت الخارج الصحيح ، ورسم لفظ كسر فوقه ، وما صورته المركب في الرسم ضرب ضرب في المركب ، ووضع حاصله تحته ، وضع مقتضى الضرب ثم جمع ، كما هو القاعدة في ضرب المركب في المركب .

فالثمانية لما لم تكن صورتها المرسومة صورة المركب ، ضربت في العشرين ، فكان حاصل ضربها هكذا ١٦٠

والعشرة لما كانت صورتها صورة المركب في الرسم ، ضرب في العشرين الذي هو صورة التركة ، فكان صورة حاصل ضربه هكذا ٢٠٠ ، ثم جمع فصار هكذا ٢٠٠ . وقس عليه حال الاثنى عشر .

في هذا المخطوط يكتب الصفر : ٥ والخمسة : ٥ .

كذا في المخطوط ٢٥٣ . ٥

قاعدة في بيان تقسيم الغرماء  
تضرب دين كل واحد من الغرماء في التركة وتقسيم الحاصل  
بمجموع الديون فخرج القسمة هو حظ صاحب المعزوب  
في التركة مثاله التركة عشرون واحد الديون ثمانية والآخر ثمانية  
عشرة والآخر عشرة ومجموع الديون ثلثون ضربنا الاول  
في التركة حصل مائة وستون قسمناه على مجموع حصة  
عشره وثلاث مائة حصل مائة وستون ضربنا الثاني وقسمنا  
الحاصل لذلك خرج ستة وثلاثون وهو حظ صاحب  
العشرة وعلمنا بالدين الثالث حصل ثمانية وهو نصيب  
صاحب الاثني عشر من التركة وهذه العمل كمن اذا لم يكن له  
كثيرة واقام المكن كانت كثيرة بحيث لا يمكن ان يحصل  
وقسمنا فالرسم الجدول على هذه الصورة اي سطوره بقدر  
الدين وكل واحد من الديون في خلاصه او صورة  
التركة فتركة وصورة مجموع الديون تحته واخر ما عرف من  
ضرب كل من الديون في التركة وقسمنا الحاصل على مجموع الديون  
ووضع الخارج كذلك سلاحيك وصورة العمل هكذا يصنع  
الديون وهي ثمانية والعشرة والاثنى عشر كل منها موضوع

٢٥	٢٥	٢٥
١١	١٥	٨
٤٥	٢٥٥	١٦٥
٢٤٥	٢٥٥	
٣٥	٣٥	٣٥
٨	٨	٥
	٢٥	٢٥
مجموع ديون		
٣٥		

في العشرين الذي هو  
والدين في صورة  
على اثنين اعني  
الدين يكون  
الدين في  
تكم

شكل (١٨) - قاعدة في بيان تقسيم الغرماء : الصفحة (٥٢) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .

## والامتحان :

أي اختبار هذا النحو من القسمة صحة وفساداً - هو ان تعمل في كل واحد بالمضروب والمضروب فيه كما في الضرب ، وبالمقسوم والمقسم عليه كما في القسمة ، يظهر الصحة بعدها بأن يؤخذ ميزان المضروب ، أعني كل واحد من الديون على حدة وتضربه في ميزان المضروب فيه - أعني التركة - وتأخذ ميزان الحاصل ، وتحفظ كميته ، ثم تأخذ ميزان خارج قسمة حاصل ضرب ذلك الدين المضروب في التركة ، وتضربه في ميزان المقسوم عليه - أعني مجموع الديون - وتزيد عليه ميزان الباقي من المقسوم إن كان ، ثم تأخذ ميزان المقسوم - وهو حاصل ضرب ذلك الدين في التركة المقسوم على مجموع الديون - فان لم تتخالف الموازين الثلاث ، فالعمل صحيح ، والا فالعمل خطأ .

ففي هذا الشكل مثلاً : الثمانية احد الديون ، فهي مضروبة ، والتركة مضروب فيها والثمانية نفسها ميزان ، فاذا ضربتها في الاثنين الذين هما ميزان التركة ، حصل ستة عشر ، فاذا اخذت ميزانها بأن اسقطت منها تسعة ، بقي بعد الاسقاط سبعة ، فهي ميزان الحاصل . ثم اذا اخذت اخذت ميزان خارج قسمة مضروب الثمانية في التركة على مجموع الديون - وهو خمسة ضربته في ميزان المقسوم عليه - وهو ثلث - لأن الباقي من الثلاثين بعد الاسقاط تسعة تسعة ثلثه ، حصل خمسة عشر ، فاذا اخذت على الحاصل الباقي من المقسوم - أعني الثلث - حصل ستة عشر ، فاذا اخذت ميزان هذا الحاصل بأن اسقطت منه تسعة ، بقي بعد الاسقاط ايضا سبعة ، فهي الميزان لهذا الحاصل . اذا اخذت ميزان المقسوم - وهو المائة والستون - بأن اسقطت تسعة تسعة ، كان الباقي بعد الاسقاط كذلك سبعة ايضا ، فلم تتخالف الموازين في ضرب هذا المضروب ، أعني الثمانية .

واذا عملت في الثاني والثالث ايضا مثل عملك هذا ، ولم تتخالف الموازين الثلاث في كل منهما ، ظهر ان هذه القسمة صحيحة ، فقس على هذا حال عمل الثاني والثالث حتى يظهر لك الحال .

تمت الرسالة بعون الملك المنان .

تصنيف رمضان الكوردي .

محمّد يوسف اللواتي



## القِسْمُ الثَّانِي

### مسائل الحساب والجبر والمساواة

الواردة في كتاب « الكشكول » ★ لبهاء الدين العاملي

★ طبعة مصر عام ١٣٠٢ هـ = ١٧٨٤ م - المطبعة العامرة الشرفية ( مطبعة الشيخ شرف موسى ، بخان أبي طاقة بمصر )



## مقدمة

تعرض بهاء الدين العاملي فيما تعرض له في كتابه « الكشكول » لبعض جوانب العلم الرياضي ، فأورد بعض مسائل متفرقة بعضها في خواص الاعداد ، والبعض الآخر في الحساب والجبر والمقابلة ، كما ذكر العاملي ايضا بضع مسائل في اعمال المساحة .

والمسائل التي جاءت في « الكشكول » هي على وجه التحديد اربعة وعشرون مسألة موزعة على النحو التالي :

- (١) خواص الاعداد وجمع المتواليات : خمس مسائل .
  - (٢) علم الحساب : ثمان مسائل .
  - (٣) علم الجبر والمقابلة : خمس مسائل .
  - (٤) اعمال المساحة : ست مسائل .
- وقد تعرضنا لهذه المسائل جميعها بما هي اهل له من الشرح والتحليل .

## (١) خواص الاعداد وجمع المتواليات

تناول صاحب الكشكول في هذا المجال تعريف العدد ، وبيان الاعداد المتحابة بيد انه لم يأت فيها بجديد حيث سبقه اليها ثابت بن قره الخرفاني ، ثم عرج العاملي الى الاعداد التامة والزائدة والناقصة ، وربط بين صفات آدم وحواء وبين خواص الاعداد ، وقدم تفسيراً لاقول المنسوب الى النبي عليه الصلاة والسلام من ان حواء خلقت من الضلع الايسر ( من اليسير او القليل حسب قول العاملي ) لآدم .

ولقد تعرض العاملي لقواعد ايجاد مجموع الاعداد على النظم الطبيعي ( اي جمع المتوالية الحسابية التي اسمها الواحد ) ، ومجموع الأزواج دون الأفراد ، ومجموع الأفراد دون الأزواج كذا مجموع المربعات المتوالية ، ومجموع المكعبات المتوالية ، وهذه المتواليات جميعها قد سبق ورودها في متن كتاب العاملي « خلاصة الحساب » الذي تعرضنا له بالشرح والتحليل في القسم الاول من كتابنا هذا .

[١] « أجمع الحساب على ان تعريف العدد بانه نصف مجموع حاشيته ، وهو لا يصدق على الواحد ، إذ ليس له حاشية تحتانية ، وفيه نظر ، إذ الحاشية الفوقانية لكل عدد تزيد عليه بمقدار نقصان الحاشية التحتانية عنه ، ومن ثمة كان مجموعها ضعفه .

وقد أجمعوا على ان العدد إما صحيح أو كسر ، فنقول الحاشية التحتانية للواحد هي النصف ، والفوقانية واحد ونصف ، لانها تزيد على الواحد بقدر نقصان النصف عنه ، كما هو شأن حواشي الاعداد ، والواحد نصف مجموعهما .

فالتعريف المذكور صادق على الواحد ، بل نقول التعريف المذكور صادق من جميع الكسور ايضاً ، وليس مخصوصاً بالصحيح . مثلاً يصدق على اثنان انه نصف مجموع حاشيته فالتحتانية السدس والفوقانية ثلث وسدس ، اعني نصفاً ، ولا شك أن الثلث نصف مجموع النصف والسدس ، وهو المراد .

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢٨٢ ( الجزء الثالث ) .

شرح :

يمرّف العدد هنا بانه نصف مجموع العدد السابق له والعدد اللاحق له ( ويعبر عنها في اثنتين بالحاشيتين ) مثال ذلك الرقم ٥ نصف مجموع ٤ ، ٦ .



[٢] « للشيخ الرئيس رسالة في العشق ، وقال فيها — ان العشق سار في المجردات والفلكيات والعنصریات والمدنیات والنباتات والحيوانات ، حتى ان ارباب الرياضي قالوا الاعداد المتحابة ، واستدركوا ذلك على اقليدس ، وقالوا فاته ذلك ولم يذكره ، وهي :

المائتان والعشرون عدد زائد ، اجزؤه اكثر منه ، وإذا جمعت كانت اربعة وثمانين ومائتين بغير زيادة ولا نقصان .

والمائتان والاربعة والثمانون عدد ناقص ، اجزؤه اقل منه ، وان جمعت كانت جملتها مائتين وعشرين .

فلكل من العددين المتحابين اجزاء مثل الآخر :

فالمائتان والعشرون لها نصف وربع ، وخمس ، وعشر ، ونصف عشر ، وجزء من احد عشر ، وجزء من اثنين وعشرين ، وجزء من اربعة واربعين ، وجزء من خمسة وخمسين ، وجزء من مائة وعشرة وجزء من مائتين وعشرين ، وجملة ذلك من الاجزاء البسيطة الصحيحة مائتان وأربعة وثمانون .

وبالنسبة للواحد يقول العاملي ان التعريف السابق ينطبق عليه ايضاً اذا اعتبرنا حاشيتهما

$$\frac{1}{2} ، \frac{1}{3} \quad ( \text{أي ان الواحد حد في سلسلة عددية تزايدها} = \frac{1}{2} )$$

كذلك بالنسبة للكسر  $\frac{1}{3}$  . فاذا اعتبرناه حداً في متوالية حسابية تزايد حدودها بالقيمة  $\frac{1}{6}$  ، يكون الكسر  $\frac{1}{3}$  وسطاً حسابياً لـ  $\frac{1}{6}$  ( وهو الحاشية التحتانية ) ،  $( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} )$  ( وهو الحاشية الفوقانية ) .

الكشكول - طبعة مصر - الصفحتان ١١١ ، ١٩٢ ( الجزء الثاني ) .

شرح :

يشير بهاء الدين العاملي - في هذا النص - الى الاعداد المتحابة ، ويسوق لها مثلاً هو الممدان ٢٢٠ ، ٢٨٤ : فالمدد ٢٢٠ يقبل القسمة على كل من الاعداد التالية وهي عوامله ( اواجزؤه ) : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠ وبمجموع هذه الاعداد هو ٢٨٤ ، ومن ثم فهي اكثر من العدد نفسه ، ومن هنا جاءت تسميته بمدد زائد .

أما العدد ٢٨٤ فانسه من الممكن قسمته على كل من الاعداد ١ ، ٢ ، ٥ ، ٧١ ، ١٤٢ ، وبمجموعها ٢٢٠ ، وهو اقل من العدد الاصلي ٢٨٤ ، ولذا يسمى عدد ناقص .

يتضح في هذا المثال أن المدد ٢٢٠ يقبل القسمة على مجموعة من الاعداد ( يطلق عليها

والمائتان والاربعة والثمانون ليس لها نصف ، وربع وجزء من احدى وسبعين ، وجزء من مائة واثنين وأربعين ، وجزء من مائتين واربعة وثمانين ، فذلك مائتان وعشرون .  
فقد ظهر بهذا المثال تحاب العددين ، واصحاب العدد يزعمون ان لذلك خاصية عجيبة في المحبة . فجرب . انتهى .

[٣] « أشرف الأعداد العدد العام ، وهو ما كانت اجزائه مساوية له . قالوا ولهذا كان عدد الايام التي خلقت فيها السموات والارض ، وهو الستة ، كما نطق به الذكر الحكيم .  
وأما العدد الزائد (او) الناقص فما زادت عليه اجزائه أو نقصت ، كالاثنين عشر فانه زائد ، والسبعة قلنا ناقصة ، إذ ليس لها إلا السبع .

قال في الانموذج (١) وقد نظمت قاعدة في تحصيل العدد العام ، قلت :  
حوبا شد فرد اول ضعف زوج الزوج كم واحد بود مضرب ايشان تام وزنه ناقص وزايد ومعناه انه يؤخذ زوج الزوج ، وهو زوج لا يعده من الافراد سوى الواحد .  
وبعبارة اخرى عدد لا يعده عدد فرد ، وهذا مبنى على أن الواحد ليس بعدد كالاثنين في المثال المذكور ، ويضعف حتى يصير اربعة ، ويسقط منه واحد فيصير ثلاثة ، وهو فرد أول لانه لا يعده سوى الواحد فرد آخر وهو المراد بالفرد الاول .  
فتضرب الثلاثة في الاثنين الذي هو زوج الزوج ، فيشير ستة وهو العدد التام ، وقس عليه .

---

هنا اجزاء العدد ) مجموعها الحسابي هو ٢٨٤ ، بينما هذا العدد الاخير ٢٨٤ يقبل القسمة على مجموعة من الاعداد مجموعها الحسابي ٢٢٠ وهو العدد الاول ، ومن ثم تطلق على العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ تسمية العددين المتحابين .

هذا وينسب الى ثابت بن قره الخرافي ( ٨٣٦ - ٩٠١ م ) انه توصل الى قاعدة لايجاد الاعداد المتحابية ، حيث انه الف فيها رسالة ، يوجد مصور لها في مذهب المخطوطات العربية بالقاهرة تحت رياضيات رقم ١٨ .

الكشكول - طبعة مصر - الصفحتان ٣٢٦ ، ٣٢٧ ( الجزء الثالث ) .

(١) للمحقق الدواني

تعقيب :

سبق ان تحدثنا بالتفصيل عن الاعداد التامة والزائدة والناقصة عند شرح القاعدة الثامنة الواردة بالباب التاسع من مخطوط « خلاصة الحساب » بالقسم الاول من الكتاب .

مثلا : تأخذ الاربعة ، وهو زوج الزوج ، وتضعفه حتى يصير ثمانية ، وتسقط منه واحداً ، فيصير سبعة ، وهو فرد أول ، فتضربه في الاربعة فيصير ثمانية وعشرين ، وهو أيضاً عدد تام .

ومن خواص العدد التام انه لا يوجد في كل مرتبة من الآحاد والعشرات وما فوقها إلا واحداً .

لا يوجد مثلاً في مرتبة الآحاد إلا الستة ، وفي العشرات إلا الثمانية والعشرين ، فقس واستخرج الباقي كما عرفت .

[٤] « قال بعض أصحاب الأرماتطقي :

ان عدد التسعة بمنزلة آدم عليه السلام ، فان للآحاد نسبة الأبوة الى سائر الاعداد .  
والخمس بمنزلة حوا ، فانها التي يتولد منها مثلها ، فان كل عدد فيه خمسة ، اذا ضرب فيما فيه الخمسة ، فلا بد من وجود الخمسة بنفسها في حاصل الضرب البتة .

وفالوا في قوله تعالى طه إشارة الى آدم وجوفاً ، وكل من هذين العددين اذا جمع من الواحد اليه على النظم الطبيعي ، اجتمع ما يساوي عدد الاسم المختص به ، فاذا جمعنا من الواحد الى التسعة ، كان خمسة وأربعين ، وهي عدد آدم ، واذا جمع من الواحد الى الخمسة ، كان خمسة عشر ، وهي عدد حوا .

وقد تقرر في الحساب انه اذا ضرب عدد في عدد ، يقال لكل من المضروبين ضلع ، وللحاصل مضلع .

واذا ضربت الخمسة في التسعة ، حصل خمسة وأربعون ، وهي عدد آدم ، وضلعاه التسعة والخمسة .

قالوا وما ورد في لسان الشارع صلوات الله عليه وآله من قوله خلقت حوا من الضلع الأيسر لآدم ، إنما ينكشف سره بما ذكرناه فان الخمسة هي الضلع الانسر للخمسة والاربعين ، والتسعة الضلع الاكبر ، والايسر من اليسير وهو القليل ، لا من اليسار ، انتهى .

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢٩١ ( الجزء الثالث ) .

شرح :

يشير العامي هنا الى الربط بين صفات آدم وحواء وبين خواص الاعداد ، فينقل عن بعض أصحاب الأرماتطقي ( اي الحساب ) قولهم بأن آدم يقابل رقم ٩ ، وان حوا

تقابل رقم ٥ ، معتمدين في هذه النسبة الى ان التسعة هي كبرى الارقام العشرة من الصفر الى التسعة ، وبذلك تكون بمرتبة الابوة بالنسبة الى بقية الارقام ، وان الخمسة ينشأ عن ضربها فيما فيه الخمسة عدد فيه خمسة ، ومن ثم وصفها بأنها التي يتولد منها مثلها .

فاذا أخذنا رقم ٩ وحدنا ان مجموع الارقام من الواحد اليه ( أي ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ ) = ٤٥ وهو عدد آدم ، ولتفسر ذلك يجدر بنا أن نشير الى ان الغرب - قبل استعمالهم للارقام الهندية وتهذيبها - كانوا يشيرون الى الاعداد بحروف الهجاء ، كما كان الحال عند اليونان في صدر الفتح الاسلامي ، وذلك على النحو التالي :

٤٠٠	ت	٦٠	س	٨	ح	١	پ
٥٠٠	ث	٧٠	ع	٩	ط	٢	ب
٦٠٠	خ	٨٠	ف	١٠	ي	٣	ح
٧٠٠	ذ	٩٠	ص	٢٠	ك	٤	د
٨٠٠	ض	١٠٠	ق	٣٠	ل	٥	هـ
٩٠٠	ط	٢٠٠	ر	٤٠	م	٦	و
١٠٠٠	غ	٣٠٠	ش	٥٠	ن	٧	ز

ومن هنا فان كلمة آدم تشمل على الحروف پ ، د ، م ، وبالتالي يكون المقابل العددي لكلمة آدم هو :

$$پ + د + م = ١ + ٤ + ٤٠ = ٤٥$$

وهو نفس العدد الناتج عن جمع الارقام من الواحد الى التسعة ( منزلة آدم ) بتسلسلها الطبيعي .

كذلك الحال بالنسبة لكلمة حوآ ، فان المقابل العددي لها هو :

$$ح + و + پ = ٨ + ٦ + ١ = ١٥$$

وهو نفس العدد الذي نحصل عليه بجمع الارقام من الواحد الى الخمسة ( منزلة حوآ ) .

يرجع العامل بعد تناوله لجمع مكونات كلمتي آدم وحوآ ومنزلتها من الارقام الى السمات الناتجة عن عمليات الضرب ، فيبدأ بتعريف المضلع بأن المضلع هو المضروب او المضروب فيه ، وان المضلع هو حاصل الضرب ، ويستطرد قائلا بأن حاصل ضرب التسعة ( وهي منزلة

[٥] « جمع الاعداد على النظم الطبيعي : زيادة واحد على الأخير ، وضرب المجموع في نصف الأخير .

وجمع الأزواج دون الافراد : بضرب نصف الزوج الأخير فيما يليه بواحد ، والمكس زيادة واحد على الفرد الأخير ، وتريع [ نصف ] (١) الحاصل .

وجمع المربعات المتوالية زيادة واحد على ضعف العدد الأخير ، وبضرب ثلث المجموع في مجموع تلك الاعداد .

وجمع المكعبات المتوالية بضرب مجموع تلك الاعداد المتوالية من الواحد في نفسه .

آدم ( في الخمسة ( وهي منزلة حوا ) هو ٥٤ ، وهو عدد آدم كما تقدم ، فيكون ضلعا عدد آدم هما منزلتا آدم وحوا ( اي التسعة والخمسة ) .

وبناء على هذه الخواص يقال في تفسير خلق حوا من الضلع الايسر لآدم بأن منزلة حوا وهي الخمسة هي الضلع الأصفر ( الايسر ) من الضلعين ٩ ، ٥ المكونين للضلع ٤٥ وهو عدد آدم .

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٣١٣ ( الجزء الثالث ) .

(١) اضيفت لتتفق مع القاعدة الثانية من الباب التاسع من كتاب « خلاصة الحساب » ، وهي قاعدة صحيحة .

شرح :

يشير العامل هنا الى جمع المتواليات العددية على النظم الطبيعي ، كذا جمع المربعات المتوالية والمكعبات المتوالية ، وهو ما جاء ذكره تفصيلا بقواعد الباب التاسع من كتابه « خلاصة الحساب » :

جمع الاعداد على النظم الطبيعي =  $( ١ + ٢ + ٣ + ٤ + \dots + ٩ )$

=  $( ١ + ٩ ) \cdot \frac{٩}{٢}$  ( القاعدة الاولى )

جمع الأزواج دون الافراد =  $( ٢ + ٤ + ٦ + ٨ + \dots + ( ٩ - ٢ ) + ٩ )$

=  $( ١ + ٩ ) \cdot \frac{٩}{٢}$  ( القاعدة الثالثة )

جمع الافراد دون الأزواج =  $( ١ + ٣ + ٥ + ٧ + \dots + ( ٩ - ٢ ) + ٩ )$

=  $٢( ١ + \frac{٩}{٢} )$  ( القاعدة الثانية )

=  $( ١ + ٢ + ٣ + ٤ + \dots + ٩ )$

$$= 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$= \frac{(1+n)(1+2)}{3 \times 2 \times 1} \quad (\text{القاعدة الرابعة})$$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + n) \quad \text{جمع المكعبات المتوالية}$$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$= \left[ \frac{(1+n)^2}{2} \right] \quad (\text{القاعدة الخامسة})$$

## (٢) علم الحساب

جاء في « الكشكول » ذكر غاني مسائل حسابية بعضها سبق وروده في كتاب « خلاصة الحساب » ، والبعض الآخر لم يسبق وروده فيه ، كمسائل استخراج المضمرات من الاسماء والاعداد ، كاسماء الاشخاص والشهور والبروج . كذلك عرض العملي لبعض مسائل التباديل والتوافيق وذلك فيما يختص بإيجاد عدد الكلمات التي ينحصل عليها من تركيب حروف المعجم بشروط معينة .

ولعل اقيم ما قدمه صاحب الكشكول في هذه المجموعة من المسائل الحسابية هو القاعدة التي اوردها لإيجاد قيمة جذر الاصم بالتقريب ، ويتضح - في شرحنا لهذه القاعدة - انه عند تطبيقها على مثالين متباينين أن الخطأ الناشئ من التقريب في حساب الجذر لم يتجاوز جزء من الف جزء ، وبالتالي فالقاعدة تعطى نتائج على درجة عظيمة من الدقة ، وقاعدة العملي هذه قد جاءت في متن كتابه « خلاصة الحساب » ، وهو ما قمنا بشرحه وتحليله في القسم الاول من كتابنا هذا .

[ ١ ] « اذا ضربت مخارج الكسور التي فيها حرف العين بعضها في بعض ، حصل المخرج المشترك للكسور التسعة ، وهو ألفان وخمسمائة وعشرون .  
ويقال إنه مثل على كرم الله وجهه عن مخرج الكسور التسعة ، فقال للأسائل : اضرب أيام سبتك في أيام أسبوعك . »

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢١٧ ( الجزء الثالث ) .

شرح : الكسور التسعة هي :  $\frac{1}{2}$  ،  $\frac{1}{3}$  ،  $\frac{1}{4}$  ،  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{7}$  ،  $\frac{1}{8}$  ،  $\frac{1}{9}$  ،  $\frac{1}{10}$  .

ومخارج الكسور التي فيها حرف العين هي : أربعة ، سبعة ، تسعة ، عشرة فحاصل

$$\text{ضرب هذه المخارج} = 4 \times 7 \times 9 \times 10$$

$$= 2520$$

كذلك فإن المخرج المشترك ( ويحصل عليه في عملية توحيد مخارج الكسور ) للكسور

$$\text{التسعة} = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7 \times 3$$

$$= 2520$$

وهو يقبل القسمة على أي من مخارج الكسور التسعة

[٢] « حوض أرسل إليه ثلاث أنابيب تملؤه إحداها في ربح يوم ، والاخرى في سدمه ، والاخرى في مبعه ، وفي أسفلها بالوعة تفرغه في ثمن يوم ، ففي كم يمتليء .  
طريقة ان يستعمل ما يملؤه الجميع في يوم ، وهو سبعة عشر حوضاً ، وما تفرغه بالوعة وهو ثمانية حياض ، فانقصه من الاول ، بقى تسعة ، ففي اليوم يمتليء تسع مرات ، فيمتليء مرة في تسع النهار . »

[ ٣ ] د في استخراج الاسم المضمرة :

مرة ليلقى أوله ، ويخبر بعدد الباقي ، فاحفظه .  
ثم ليخبر بما عدا ثانية ، ثم بما عدا ثالثة ، وهكذا :  
ثم اجمع المحفوظات ، واقسم اقسم الخاصل على عددها بعد إلقاء محفوظ واحد منها ،  
ثم انقص من خارج القسمة المحفوظ الأول ، فالباقي هو عدد الحرف الاول .  
ثم انقص منه من المحفوظ الثاني ، فالباقي هو عدد الحرف الثاني ، وهكذا .

وطبقاً لاقول المنسوب إلى سيدنا علي كرم الله وجهه ، فإن مخرج الكسور التسعة  
 ( أي المخرج المشرك ) =  $360 \times 7$   
 2520 =

ومن الواضح صحة هذه الأقوال ، وتدل على قوة الملاحظة والميل إلى وضع القاعدة أو النتيجة الرياضية في صورة يسهل تذكرها للعمل بها .

الكشكول - طبعه مصر - صفحة ٣١٣ ( الجزء الثالث ) .

توضیح :

عدد الاحواض التي تملؤها الانبوبة الاولى في اليوم = ٤ أحواض  
 " " الثانية " " " " " " = ٦ "  
 " الثالثة " " " " " " = ٧ "  
 عدد الاحواض التي تملؤها الانابيب الثلاث في اليوم = ١٧ حوضاً  
 عدد الاحواض التي تفرغها البالوعة في اليوم الواحد = ٨ احواض  
 عدد الاحواض الممكن ملؤها ( مع استمرار تفريغ البالوعة ) في اليوم الواحد =  
 ١٧ - ٨ = ٩ احواض وبالتالي يمتليء الحوض في زمن قدره ١/٩ يوم  
 الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٤١ ( الجزء الاول ) .

شرح :

لنبدأ بتطبيق هذه القاعدة على مثل محدد وليكن اسم د عمرو ، وذلك لتوضيح

منطوق القاعدة .



و	ر	م	ع	: حروف الاسم
٦	٢٠٠	٤٠	٧٠	: المقابل العددي لكل حرف
٢٤٦	٦ + ٢٠٠	+ ٤٠	+	: المحفوظ الاول
٢٧٦	٦ + ٢٠٠	+	+ ٧٠	: المحفوظ الثاني
١١٦	٦ +	+ ٤٠	+ ٧٠	: المحفوظ الثالث
٣١٠	+	+ ٢٠٠	+ ٤٠	: المحفوظ الرابع
٩٤٨	مجموع المحفوظات :			

$$٣١٦ = \frac{٩٤٨}{٣} = \frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(\text{عدد المحفوظات} - ١)}$$

$$\begin{aligned} ٧٠ &= ٢٤٦ - ٣١٦ &= \text{المقابل العددي للحرف الاول} \\ ٤٠ &= ٢٧٦ - ٣١٦ &= \text{المقابل العددي للحرف الثاني} \\ ٢٠٠ &= ١١٦ - ٣١٦ &= \text{المقابل العددي للحرف الثالث} \\ ٦ &= ٣١٠ - ٣١٦ &= \text{المقابل العددي للحرف الرابع} \end{aligned}$$

والقاعدة التي قدمها العاملي صحيحة تماما ، ومن الممكن اثباتها - في صيغتها العامة - بالرموز على الوجه التالي :

نفرض ان الاسم المضمّر يمكن التعبير عنه بالمقابل العددي لكل حرف منه كما يلي :

$$١ع \ ٢ع \ ٣ع \ ٠٠٠٠ع \text{ حيث } عدد حروف الاسم المضمّر$$

وبتطبيق القاعدة تتجمع لنا المحفوظات التالية ( وهي بعدد حروف الاسم )

$$\begin{aligned} \text{المحفوظ الاول} &= ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع \\ \text{المحفوظ الثاني} &= ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع \\ \text{المحفوظ الثالث} &= ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع \\ \text{المحفوظ الرابع} &= ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع \\ \text{المحفوظ الاخير} &= ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع + (١-٠)ع \end{aligned}$$

$$\therefore \text{مجموع المحفوظات} = (١-٠) [ ١ع + ٢ع + ٣ع + ٠٠٠٠ع + (١-٠)ع ]$$

( ٤ ) « في استخراج اسم الشهر المضمّر أو البرج المضمّر : مرة ليأخذ (المضمّر و )<sup>(١)</sup> لكل ما فوق المضمّر ثلاثه ثلاثة ، وله مع ماتحتّه اثنين اثنين ، ثم يخبرك بالمجموع فملق منه أربعة وعشرين ، وتعد الباقي من محرم ، أو من الجمل ، فما انتهى إليه فهو المضمّر . »

$$\frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(\text{عدد المحفوظات} - ١)} = \frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(١ - ١)}$$

$$= (١ع + ٢ع + ٣ع + ٤ع + ٥ع + ٦ع)$$

ويكون المقابل العددي للحرف الاول

$$= \left[ \frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(\text{عدد المحفوظات} - ١)} - \text{المحفوظ الاول} \right]$$

$$= (١ع + ٢ع + ٣ع + ٤ع + ٥ع + ٦ع)$$

$$- (١ع + ٢ع + ٣ع + ٤ع + ٥ع + ٦ع)$$

وهو المطلوب

$$= ١ع$$

وقس على ذلك بالنسبة لبقية المقابلات العددية لاحرف الاسم المضمّر ٢ع ، ٣ع ، ٤ع ، ٥ع حتى ٦ع

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٤١ ( الجزء الاول ) .

(١) يبدو انه سقط من النسخ ، حيث ان بدونه لا يستقيم القول .

شرح :

حيث ان عدة الشهور او عدة البروج اثني عشر ، فان المسألة هي تحديد مربية من اثني عشر مربية ، ويتضح من الشكل المرفق انه بفرض العدد الدال على الشهر او البرج المضمّر س ، وباخذ ثلاثة ثلاثة للمضمّر ولكل ما فوقه نحصل على : ٣ س وباخذ اثنين اثنين لما تحته نحصل

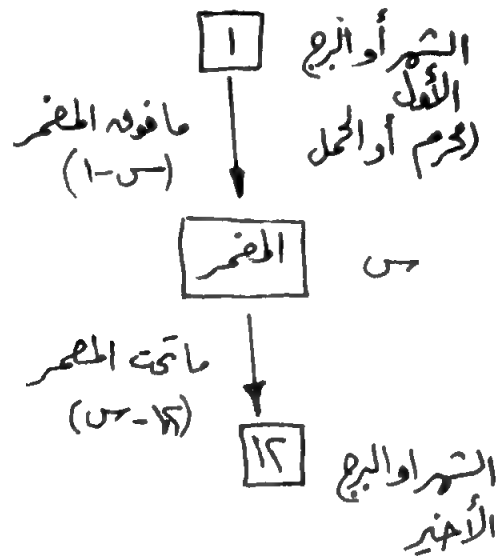
$$\text{على : } ٢ ( ١٢ - س )$$

$$\text{فيكون المجموع : } ٣ س + ٢ ( ١٢ - س )$$

$$= ٢٤ + س$$

( ٥ ) د في استخراج العدد المضر :

مرة ليلقي منه ثلاثة ثلاثة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه سبعين .  
ثم مرة ليلقي منه سبعة سبعة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه خمسة عشر .  
ثم مرة ليلقي منه خمسة خمسة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه احدى وعشرين .  
ثم تجمع الحواصل ، وتلقى من المجتمع مائة وخمسة ، فما بقي فهو المطلوب . انتهى .



وباسقاط ٢٤ من المجموع ننتهي الى س وهي مرتبة الشهر او البرج المضر ، فيعد من شهر المحرم في حالة الشهور ، ومن برج الحمل في حالة البروج .

ولناخذ مثالا على ذلك الشهر او البرج السابع ، فبالنسبة للمضر وما فوقه نحصل على  $7 \times 3$  ، وبالنسبة لما تحته نحصل على  $5 \times 2$  ، فيكون المجموع  $21 + 10 = 31$  ، وباسقاط ٢٤ من ٣١ نحصل على ٧ وهو المرتبة المضمرة .

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٤١ ( الجزء الاول ) .

تعقيب :

يساورنا الشك في صحة هذا النص حيث انه بعد إسقاط ثلاثة ثلاثة من العدد المضر وضرب الباقي في سبعين ينتج عدد صحيح مضروب في ٧ وبالقاء ( إسقاط ) السبعات منه -

[٦] « اذا قيل كم يتحصل من تركيب حروف المعجم كلمة ثنائية سواء كانت مهمة او مستعملة فاضرب ثمانية وعشرين في سبعة وعشرين فالحاصل جواب .

فان قيل كم يتركب منها كلمة ثلاثية بشرط أن لا يجتمع حرقان من جنس ، فاضرب حاصل ضرب ثمانية وعشرين في ستة وعشرين ، يكن تسعة عشر ألفاً وسبعمائة وستة وخمسين .

وان سئلت عن الرباعية ، فاضرب هذا المبلغ في خمسة وعشرين والقياس فيه مطرد في اخماسي فما فوق . انتهى . »

في الخطوة التالية - لايقي شيء . كذلك الحال بالنسبة لضرب الباقي الثاني في ١٥ حيث ينتج عدد صحيح مضروب في ٥ وبأسقاط الخمسات منه لا يتبقى شيء .

نضيف الى ما تقدم ان هذه القاعدة - عند ضبطها - لا تفيد في حالة العدد المضمر الذي يقبل القسمة على ثلاثة ، حيث يكون الباقي الاول صفراً ، الامر الذي يتوقف عنده العمل دون التوصل الى العدد المضمر .

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ١٥ ( الجزء الاول ) .

شرح :

لما كانت حروف الهجاء ثمانية وعشرين ، فان تكوين كل ثنائية باستعمال الحرف الاول لم مع كل من بقية حروف الهجاء يؤدت الى ٢٧ كلمة سواء كانت هذه الكلمة مستعملة أو غير ذات المعنى ، واذا كررنا العمل نفسه بالنسبة للحرف الثاني ب حصلنا على ٢٧ كلمة أخرى ، وهكذا بالنسبة لبقية حروف المعجم ، فيكون المتحصل من تركيب حروف المعجم كلمة ثنائية هو .

$$٢٨ ( ٢٨ - ١ ) = ٢٧ + ٢٨$$

أما إن كان المطلوب تكوين كلمة ثلاثية بحيث لا يجتمع فيها حرفان من نفس النوع فانه باتباع الاسلوب السابق نحصل على عدد الكلمات الآتية :

عدد الكلمات الثنائية × ( عدد الحروف المعجم - الحرفين الداخلية في الكلمة الثنائية ) أي ٢٨ × ( ٢٨ - ١ ) × ( ٢٨ - ٢ )

$$= ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ = ١٩٦٥٦$$

الكلمات الرباعية التي لا يتكرر فيها حرف هو: ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ × ٢٥

والكلمات الخماسية :  $٢٨ \times ٢٧ \times ٢٦ \times ٢٥ \times ٢٤$

أي  $(٢٨ - ١) (٢٨ - ٢) (٢٨ - ٣) (٢٨ - ٤)$

ومثل هذه المسألة يدرس اليوم في باب التباديل والتوافيق، ولكن نزيد الامر وضوحاً ، لنفرض ان لدينا خمسة حروف هجائية ، والمطلوب معرفة عدد الكلمات الممكن تركيبها من هذه الحروف الخمسة بشرط عدم تكرار أي حرف في نفس الكلمة .

ولتكن الحروف  $پ > د > هـ$

فاذا احتفظنا بالمجموعة الرباعية  $پ > د > هـ$  ثابتة كان هناك حلان فقط ، أو تبديلان هما :

$$\left. \begin{array}{l} \text{إما } \underline{پ > د > هـ} \\ \text{وإما } \underline{هـ > د > پ} \end{array} \right\} \text{التباديل} = ٢$$

واذا قصرنا ثبات الترتيب على الاحرف الثلاث الاولى فحسب ، حصلنا على التباديل الآتية

$$\left. \begin{array}{l} \underline{پ > د > هـ} \\ \underline{پ > هـ > د} \\ \underline{د > پ > هـ} \\ \underline{د > هـ > پ} \\ \underline{هـ > پ > د} \\ \underline{هـ > د > پ} \end{array} \right\} \text{التباديل} = ٢ \times ٣$$

وبنفس المنطق نجد أنه عند الاحتفاظ بالرفين الاولين ثابتي الترتيب، فان عدد التباديل الممكنة ، أي عدد الكلمات الممكن تركيبها تحت الشروط هي :

$$٢ \times ٣ \times ٤$$

أما إن رفعت القيود عن أي ترتيب لمجموعة من الحروف ، فان عدد التباديل بالنسبة للحروف الخمسة .

$$٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥$$

$$أو = ٥ \times (١ - ٥) \times (٢ - ٥) \times (٣ - ٥) \times (٤ - ٥)$$

وما نسمية اليوم مضروب ٥ ونعبر عنه رياضياً بالرمز ١٥

فيكون عدد الكلمات الممكن تركيبها من خمسة احرف معينة بشرط عدم تكرار أي حرف منها في الكلمة الواحدة .

$$= مضروب ٥ = ١٥$$

$$= ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ١٢٠ كلمة$$

أما ان كان المطلوب تكوين كلمة ثنائية فقط باستعمال حرفين من الحروف الخمسة المحدودة ، فاننا نعود الى نوع المسألة التي اوردها العاملي وتدخل لا في التباديل وإنما في التوافق ، وفي هذه الحالة يمكن التعبير عن الحل رياضياً على الصورة :

$$٥ ق ٢ = ٥ \times (١ - ٥) \text{ الطرف الايسر يشمل}$$

$$= ٥ \times ٤ = ٢٠ كلمة \text{ حدين فقط}$$

وان كان المطلوب تركيب كلمة ثلاثية بدلا من ثنائية مع بقية الشروط المبينة يكون

$$\text{الجواب : } ٥ ق ٣ = ٥ \times (١ - ٥) \times (٢ - ٥)$$

$$= ٥ \times ٤ \times ٣$$

$$= ٦٠ كلمة$$

$$\text{وللكلمة الرباعية : } ٥ ق ٤ = ٥ \times (١ - ٥) \times (٢ - ٥) \times (٣ - ٥)$$

$$= ١٢٠ كلمة$$

$$\text{وللكلمة الخمسية : } ٥ ق ٥ = ١٥$$

$$= ١٢٠ كلمة أيضاً$$

واذا اردنا التعبير - بالرموز الرياضية - عن مسألة العاملي نقول :

$$\text{عدد الكلمات الثنائية المركبة من حروف المعجم} = ٢٨ ق ٢$$

$$= ٢٨ \times ٢٧ = ٧٥٦ كلمة$$

$$\text{عدد الكلمات الثلاثية المركبة من حروف المعجم} = ٢٨ ق ٣$$

$$= ٢٨ \times ٢٧ \times ٢٦ = ١٩٦٥٦ كلمة$$

$$\text{عدد الكلمات الرباعية المركبة من حروف المعجم} = ١٨ ق ٤$$

[٧] « كل عدد قسم على عدد فيكون نسبة الخارج من القسمة إلى مربعة كنسبة المقسوم عليه إلى المقسوم .

فإذا اردنا ان نحصل مجذوراً يكون نسبته إلى جذره كنسبة عدد إلى عدد آخر ، نقسم العدد الاول على عدد الثاني ، فما خرج من القسمة يكون مضروبه في نفسه العدد المطلوب »

[٨] « يحصل جذر الاصم بالتقريب بأن تأخذ أقرب الاعداد المجذورة اليه ، ويسقط منه ويحفظ الباقي ، ثم تأخذ جذره وتضغه وتزيد عليه واحداً ، ثم تنسب ما يبقى بعد الاسقاط إلى الحاصل ، ثم تزيد على جذره حاصل النسبة ، فالجتمع جذر الاصم . انتهى . »

$$25 \times 26 \times 27 \times 28 =$$

$$\text{كلمة} \quad 491400 =$$

$$24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 = \text{وعدد الكلمات الخماسية المركبة من حروف المعجم} \\ \text{كلمة} \quad 117936000 =$$

الشكوك - طبعة مصر - صفحة ٣٣٠ ( الجزء الثالث ) .

شرح : لرمز - في الشق الاول من النص - للعدد المقسوم بالحرف ج والعدد المقسوم عليه بالحرف م ، فيكون المقابل الرياضي للنص هو :

$$\text{نسبة المقسوم عليه إلى المقسوم} = \frac{م}{ج} = \sqrt{\frac{م}{ج}}$$

وهو صحيح وواضح من اختصار الكسر

اما بالنسبة للشق الثاني من النص ، فيمكن تمثيله رياضياً على الوجه التالي :

$$\text{إذا كانت } \sqrt{\frac{م}{ج}} = \frac{١٤}{٢٤} \text{ حيث } ج ، ٢٤ \text{ عددان ،}$$

$$\text{فان } ج = \left( \frac{١٤}{٢٤} \right)^2$$

وهي النتيجة المباشرة لتريع طرفي المعادلة السابقة .

### [٣] علم الجبر والمقابلة

يضم كتاب « الكشكول » خمس مسائل في الجبر والمقابلة ، منها مسألتان عديتان ، والثلاث الباقيات مسائل رمزية عامة ، تختص بعلاقات المربعات ( اي المجهولات المرفوعة للقوة الثانية من امثال س<sup>٢</sup> ، ص<sup>٢</sup> ) وحواشيها ( ما يسبقها وما يليها ) وجذورها ، وهي في مجموعها مسائل جبرية مباشرة .

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٣٢٩ ( الجزء الثالث ) .

شرح : لنفرض ان المطلوب ايجاد جذر ع ، وأن  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  اقرب مربعات الاعداد الصحيحة الى ع ، وبالتالي يمكن وضع ع على الصورة :

$$ع = ( \sqrt[n]{\phantom{x}} + م ) \text{ حيث } م \text{ هو الباقي بعد اسقاط } \sqrt[n]{\phantom{x}} \text{ من } ع$$

وطبقاً للنص فان بهاء الدين العاملي يذكر القيمة التالية لجذر ع :

$$\sqrt[n]{ع} = \left[ \sqrt[n]{\frac{م}{١ + \sqrt[n]{\phantom{x}}}} + \sqrt[n]{\phantom{x}} \right]$$

$$\text{مثال ذلك} \quad ٣٠٢٨٥٧١٤ = ٣ \frac{٢}{٧} = \left( \frac{٢}{١ + ٣ \times \sqrt[٧]{\phantom{x}}} + ٣ \right) = \sqrt[٧]{١١٧}$$

اما القيمة الصحيحة فهي :  $\sqrt[٧]{١١٧} = ٣٠٣١٦٦$

فيكون الخطأ في القيمة المقربة حسب المعادلة هو : - ٩٣ و . ٪

مثال آخر هو  $\sqrt[٧]{١٥٣}$  :

$$( ٩ + \sqrt[٧]{١٢} ) = ( ٩ + ١٤٤ ) = ١٥٣$$

$$\therefore \sqrt[٧]{١٢} = ١٢ ، ٩ = م ، ١٢٣٦ = \sqrt[٧]{١٥٣}$$

بيتا القيمة الصحيحة لجذر ١٥٣ هي ١٢٣٦٩٣

فيكون الخطأ في القيمة التقريبية هو : - ٧٥ و . ٪

هذا وقد اتينا على ذكر هذه القاعدة في صدر الفصل السادس من الباب الاول من كتاب « خلاصة الحساب » للعالمى .



[١] « سمع رجلان رجلاً ينادي على سلعة .

فقال أحدهما للآخر : إن أعطيتني ثلث مامعك ، وضممته الى ما معي ، تم لي ثمنها .  
وقال له الآخر : إن ضمنت ربع مامعك الى ما معي ، تم لي ثمنها .  
طريق هذه المسئلة وأمثالها .

أن يضرب مخرج الثلث في مخرج الربع ، وينقص من الحاصل واحد ، فالباقي ثمنها ،  
فينقص من الحاصل ثلثه ، فيبقى مامع أحدهما ، وهو ثمانية ، ثم ربه فيبقى مامع الآخر ،  
وهو تسعة .

[٢] « زيد عدداً اذا ضعف وزيد على الحاصل واحد ، وضرب الكل في ثلاثة ، وزيد  
على الحاصل اثنان ، ثم ضرب ما بلغ في أربعة ، وزيد على الحاصل ثلاث ، بلغ  
خمس وتسعين .

فبالجبر فرضناه شيئاً ، وعملنا ماقاله السائل ، فاتهى العمل الى أربعة وعشرين  
شيئاً وثلاثة وعشرين عدداً تعدل خمسة وتسعين . أمقطنا المشترك ، بقي أربعة وعشرون  
شيئاً معادلاً لاثنتين وسبعين ، وهي الاولى من المفردات . قسمنا العدد على عدد الاشياء  
خرج ثلاثة ، وهو المجهول .

وبالعمل بالعكس نقصنا من الخمسة والتسعين ثلاثة ، وقسمنا الباقي على أربعة ،  
ونقصنا من الخارج اثنان ، وقسمنا الباقي على ثلاثة ، ونقصنا من الخارج - وهو  
السبعة - واحداً ، ونصفنا الباقي .

وبالخطأين : الفرض الاول اثنان ، الخطأ الاول أربعة وعشرون ناقصة . الفرض  
الثاني خمسة ، الخطأ الثاني ثمانية وأربعون زائدة . المحفوظ الاول ستة وتسعون ،  
المحفوظ الثاني مائة وعشرون ، والخطآن مختلفان ، قسمنا مجموع المحفوظين - وهو

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢١٦ ( الجزء الثالث ) .

تعقيب :

هذه المسألة هي بعينها المسألة السادسة من الباب العاشر بكتاب « خلاصة الحساب »  
لنفس المؤلف .

مائتان وستة عشر - على مجموع الخطأين - وهو اثنان وسبعون - خرج ثلاثة ،  
وهو المطلوب . »

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢٧٢ ( الجزء الثالث ) .

شرح :

إذا رمز العدد المجهول ( او الشيء ) بالرمز س ، فإن منطوق المسألة يكون على  
الوجه الآتي :

$$[ ( ٢ س + ١ ) \times ٣ + ٢ ] \times ٤ + ٣ = ٩٥$$

أي أن ٢٤ س + ٢٣ = ٩٥ وبإسقاط العدد المشترك وهو ٢٣

من طرفي المعادلة ، أي بعد اجراء عملية مقابلة ، نحصل على المعادلة :

$$٢٤ س = ٧٢ \text{ وهي معادلة من الدرجة الاولى .}$$

وهي ما عبر عنها المؤلف بأربعة وعشرين شيئاً معادلاً لاثنتين وسبعين ، وبقسمة العدد  
( وهو ٧٢ ) على عدد الاشياء ( وهو ٢٤ ) ، نحصل علي قيمة الشيء او العدد المجهول :  
س = ٣ .

هذا هو حل المسألة بطريق الجبر والمقابلة ، ونصل الى نفس الجواب بالعمل بالمكس .

أما حل المسألة باستخدام بحساب الخطأين ، فيتم على الوجه التالي :

بالمفروض الاول = ٢ ، يكون الخطأ الاول = - ٢٤

وبالمفروض الثاني = ٥ ، يكون الخطأ الثاني = ٤٨

الحفوظ الاول = المقروض الاول  $\times$  الخطأ الثاني = ٩٦

الحفوظ الثاني = المقروض الثاني  $\times$  الخطأ الاول = - ١٢٠

$$\frac{\text{المدد المطلوب}}{\text{المجموع الخطأين}} = \frac{\text{المجموع المحفوظين}}{\text{المجموع الخطأين}} \text{ (حيث أن الخطأين مختلفي الإشارة)}$$

$$\text{وهو المطلوب} \quad ٣ = \frac{٢١٦}{٧٢} =$$

[٣] « كل مربع فهو يزيد على حاصل ضرب جذر كل من المربعين اللذين هما حاشيته في جذر الآخر بواحد . »

[٤] « التفاضل بين كل مربعين بقدر حاصل ضرب مجموع جذريهما في التفاضل بين دينك الجذرين . »

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢١٧ ( الجزء الثالث ) .

شرح :

نفرض ضلع ( ا و حذر ) المربع س

فيكون حاشيته : ( س - ١ ) ، ( س + ١ )

فقطاً للقاعدة المينة بالتممة :

$$س^٢ = \sqrt{١-س} \cdot \sqrt{١+س} + ١$$

وباجراء عملية الضرب في الطرف الايسر من المعادلة

$$\sqrt{١-س} \cdot \sqrt{١+س} = (س - ١) (س + ١)$$

$$س^٢ - ١ =$$

$$س^٢ = ١ + (س - ١) = \text{المعادلة}$$

فقول العاملي صحيح تماماً

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٣٣٨ ( الجزء الثالث ) .

شرح : يقصد بالتفاضل هنا الفرق - والصورة الرياضية لهذا المنطوق هي :

$$(س^٢ - ص^٢) = (س + ص) (س - ص)$$

فباجراء عملية ضرب القوسين في الطرف الايسر من المعادلة ينتج :

$$(س^٢ - ص^٢) = (س + ص) (س - ص)$$

= الطرف الأيمن من المعادلة

فالقول الوارد في المتن صحيح .

[٥] « كل مربع فالفضل بينه وبين أقرب المربعات التي تحته اليه يساوي مجموع جذريها ،  
والفضل بينه وبين اقرب المربعات التي فوقه اليه يساوي مجموع جذريها . »

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٣٠٤ ( الجزء الثالث ) .

شرح :

لنفرض المربع  $( ١ + ج )^2$  ، فيكون أقرب المربعات التي تحته اليه هو  $ج^2$

فطبقاً لمنطوق المؤلف

$$ج + ( ١ + ج ) = ج^2 - ( ١ + ج )^2$$

وهذا صحيح تماماً حيث أنه بتربيع القوس في الطرف الايمن للمعادله نجد أنه

$$ج + ( ١ + ج ) = ١ + ج^2 = ج^2 - ١ + ج + ٢ = ج^2 - ( ١ + ج )^2$$

وبالمثل اذا فرضنا المربع  $ج^2$  ، فان اقرب المربعات التي فوقه اليه هو  $( ١ + ج )^2$  ،

فيكون :

$$ج + ( ١ + ج ) = ج^2 - ( ١ + ج )^2$$

مثال ذلك المربعين ١٦ ، ٩ :

$$٧ = ٩ - ١٥ = \text{الفصل بينهما}$$

$$\text{ومجموع جذريهما} = ٣ + ٤ = ٧ = \text{الفصل بين مربعيهما}$$

كذلك المربعين ٤٩ ، ٦٤ .

$$\text{فالفضل بينهما} = ٦٤ - ٥٩ = ١٥$$

$$\text{ومجموع جذريهما} = ٧ + ٨ = ١٥ \text{ ويمادل الفضل بين مربعيهما .}$$

#### ( ٤ ) اعمال المساحة

يضم « الكشكول » عدة مسائل وطرق تعرض لجوانب مختلفة في مجال اعمال المساحة منها .

- (١) كيفية قياس حجم الجسم غير المنتظم ( الجسم غير الهندسي ) .
- (٢) تحديد حصص من الارض من واقع معلومات وشروط معينة .
- (٣) كيفية قياس ارتفاع المرتفعات دون الاستعانة بالامطرلاب .
- (٤) طرق تعيين فروق المنسوب ( فروق الارتفاعات ) بين مواضع مختلفة ، وهي ما يعبر عنها في اعمال العملي بطرق وزن الارض ، وهذه عملية هامة لشق الانهر والتقنوات .
- (٥) طريقة لتعيين ارتفاع الشمس دون استخدام للامطرلاب او لآلة ارتفاع .

[١] « تستعمل مساحة الاجسام المشكلة المساحة - كالفيل والجل - بان يلقى في حوض مربع ، ويعلم الماء ، ثم يخرج منه ويعلم أيضاً ، ويمسح ما نقص ، فهو المساحة تقريباً . انتهى »

[٢] يروى الشيخ بهاء الدين العاملي عن والده ما نصه :

« قال جامعه من خط والدي قدس الله روحه :

(مسئلة) قطعة أرض فيها شجرة مجهولة الارتفاع ، فطار عصفور من رأسها الى الارض إلى منتصف النهار والشمس في أول الجدى في بلد عرضه إحدى وعشرون درجة ، فسقط على نقطة من ظل الشجرة ، فباع مالك الأرض من أصل الشجرة الى تلك النقطة لزيد ، ومن تلك النقطة الى طرف الظل لعمرو ، ومن طرف الظل الى ما يساوي إرتفاع تلك الشجرة لبكر ، وهو نهاية ما يملكه من تلك الأرض ، ثم زالت تلك الشجرة ، وخفي علينا مقدار الظل ، ومسقط العصفور ، وأردنا ان نعرف مقدار حصة كل واحد لندفعها اليه ، والفرض أن طول كل من الشجرة والظل وبعد مسقط العصفور عن أصل الشجرة مجهول ، وليس عندنا من المعلومات شيء سوى مسافات طيران العصفور ، فانها خمسة أذرع ، ولكننا نعلم ان عدد أذرع كل من المقادير المجهولة صحيح لا كسر فيها .

وغرضنا أن نستخرج هذه المجهولات من دون رجوع الى شيء من القواعد المقررة في الحساب من الجبر والمقابلة والخطأين وغيرها ، فكيف السبيل الى ذلك .

( أقول ) هكذا وجدت بخط والدي قدس سره ، والظاهر ان هذا السؤال له طاب ثراه .

ويخطر ببالي أن الجواب عن هذا السؤال ان يقال ، لما كانت مسافة الطيران وتر قائمة وكان مربعا مساوياً لمجموع مربعي الضلعين بالعروس ، فهو خمسة وعشرون ، وينقسم الى مربعين

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ١٥ ( الجزء الاول ) .

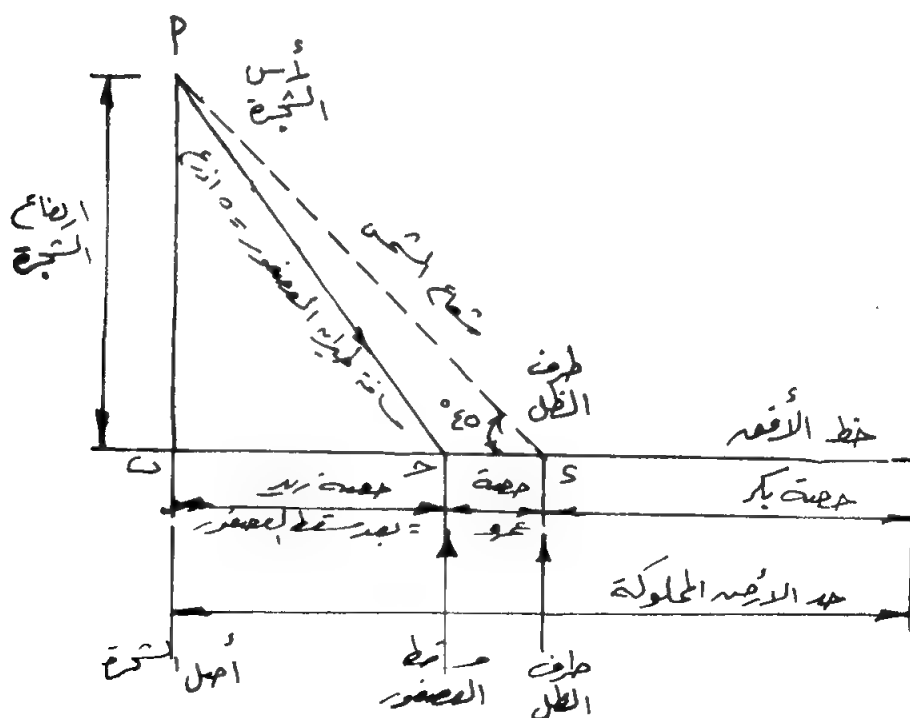
شرح :

يبين العاملي هنا طريقة تعيين حجم الجسم غير المنتظم كجسم الفيل أو جسم الجمل مثلاً ، وذلك بإلقاء الجسم في حوض ماء ، وقياس مقدار إزاحة الجسم الماء ، فيكون قدر حجم الجسم ، ويستعمل العاملي هنا لفظ المساحة في معنى القياس ، وليس في معنى مساحة السطوح .

الكشكول - طبعة مصر - الصفحتان ١٢٧ ، ١٢٨ ( الجزء الثاني ) .

صحيحين أحدهما ستة عشر ، والآخر تسعة ، فاحد الضلعين المحيطين بالقاعدة اربعة ، والآخر ثلاثة ، والظل أيضا اربعة ، لان ارتفاع الشمس ذلك الوقت في ذلك العرض خمسة وأربعون لانه الباقي من تمام العرض ، وهو تسع وستون ؛ إذا نقص منه اربعة وعشرون ، أعنى الميل الكلي ، وقد ثبت في محله أن ظل ارتفاع خمسة وأربعين لا بد ان يساوي الشاخص ، فيظهر ان حصة زيد من تلك الارض ثلاثة اذرع ، وحصة عمرو ذراع ، وحصة بكر اربعة اذرع ، وذلك ما اردناه .

شرح :



المثلث أ ب د مثلث قائم ومتساوي الساقين حيث ان شعاع الشمس يميل بزاوية قدرها ٥٤° على خط الافق ، كذلك فان المثلث أ ب ح مثلث قائم معروف فيه الوتر وهو مسافة طيران العصفور وتساوي ٥ اذرع .

ولما كان السائل قد اشترط ان تكون الحصص أعداداً صحيحة ، لذلك فانه بالرجوع الى المثلث القائم أ ب ح أن :

$$أ ح = مسافة طيران العصفور = ٥ اذرع$$

$$ب ح = حصة زيد وهي مقدار مجهول ولكنه يشترط ان يكون عدداً صحيحاً .$$

$$أ ب = ارتفاع الشجرة = طول الظل .$$

= مجموع حصتي زيد وعمرو وهو مقدار مجهول ولكنه عدد صحيح لذلك لا بد ان تكون الاضلاع الثلاثة للمثلث أ ب ح أعداداً صحيحة ، وهذا لا يتأتى إلا اذا كانت الاطوال ح ب ، ب أ ، أ ح تساوي ٣ ، ٤ ، ٥ اذرع على التوالي ، حيث ان مربع الوتر (٢٥=٢٥) يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين (٢٤+٢٣=١٦+٩=٢٥) وبالتالي تكون الحصص على الوجه التالي:

$$حصة زيد = ٣ اذرع$$

$$حصة عمرو = ٤ - ٣ = ١ ذراع$$

$$حصة بكر = ٤ اذرع$$

ومن الواضح انها كلها أعداد صحيحة كما اشترط السائل .



[٣] د في معرفة ارتفاع المرتفعات من دون اسطرلاب : تضع مرآة على الارض بحيث ترى رأس المرتفع فيها ، ثم تضرب ما بين المرآة ومسقط حجره في قدر قامتك ، وتقسم الحاصل على ما بين المرآة وموقفك ، فالخارج ارتفاع المرتفع .

طريق آخر :

تنصب مقياساً فوق قامتك ودون المرتفع ، ثم تبصر رأسها بخط شعاعي ، وتضرب ما بين موقفك ومسقط حجر المرتفع في فضل المقياس على قامتك ، واقسم الحاصل على ما بين موقفك وقاعدة المقياس ، وزد على الخارج قدر قامتك ، فالمجتمع قدر ارتفاعه .

[٤] د في اجراء الماء من القنوات ، ومعرفة الموضع الذي يسير فيه على وجه الارض :

تقف على رأس البئر الاول ، وتضع المضادة على خط المشرق والمغرب ، وبأخذ شخص قصبة يساوي طولها عمقه ، ويبعد عنك في الجهة التي تريد سوق الماء اليها ناصباً للقصبة الى أن ترى رأسها من ثقبتي المضادة ، فهناك يجري الماء على وجه الارض ، وان بعدت المسافة بحيث ( لا )<sup>(١)</sup> يرى رأس القصبة ، فاشعل في رأسها سراجاً ، وأعمل ما قلناه ليلاً .

ولوزن الارض طرق عديدة أشهرها ما أورده صاحب النهايه ، وعسانا تذكره في هذا المجلد من الكشكول .

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢٣٣ ( الجزء الثالث ) .

في هذا الموضوع من « الكشكول » يورد الماملي طريقتين لتعيين ارتفاع المرتفعات دون الاستعانة بالاسطرلاب « يستخدم في احدها مرآة تنعكس عليها صورة رأس المرتفع ، بينما يستخدم في الاخرى شاخصاً أو مقياساً ، ويتم الرصد بحيث ير شعاع البصر على رأس المقياس ورأس المرتفع في ذات الوقت ، وقد سبق ان تناولنا هاتين الطريقتين بالشرح والتفصيل في الفصل الثاني من الباب السابع من كتاب « خلاصة الحساب » .

الكشكول طبعة - مصر - الصفحتان ٢٧٠ ، ٢٧١ ( الجزء الثالث ) .

(١) زيدت ليستقيم المعنى ، ولا بد أنها سهو في النسخ .

وقد سبق ان تعرضنا لعملية وزن الارض في الفصل الاول من الباب السابع ، ويستعان في الطريقة المذكورة بمضادة الاسطرلاب في عملية الرصد .

[٥] « إذا أردت انشاء نهر أو قناة ، وأردت أن تعرف صعود مكان على مكان ، وانخفاضه عنه ، فلك فيه طرق :

أحدها أن تعمل صفحة من نحاس أو غيره من الاجسام الثقيلة ، وتضع على طرفيها لبنتين كما في عضادتي الاسطراب ، وفي موضع العمود منها خيط دقيق في طرفه ثقالة ، فاذا اردت الوزن أدخلت الصفحة في خيط طوله خمسة عشر ذراعاً ، ولتكن الصفحة في طاق الوسط منه ، وطرفاه على خشبتين طول كل واحدة خمسة اشبار مقومتين غاية التقويم ، بيد رجلين كل منهما في جهة ، والبعد بينهما بقدر طول الخيط وأنت تنظر في لسان الميزان ، فاذا انطبق على النجم ، فالارض معتدلة ، وان مال فالمائل عنها هي العليا ، وتعرف كمية الزيادة في الملو بأن تحط الخيط على رأس الخشبة الى ان يطابق النجم واللسان ، ومقدار ما نزل من الخيط هو الزيادة ، ثم تنقل إحدى رجلي الميزان الى الجهة التي تريد وزنها ، وتثبت الاخرى الى ان يتم العمل ، وتحفظ مقدار الصعود بخيط على حدة ، وكذا مقدار الهبوط ، ثم يلقي القليل من الكثير ، فالباقي هو تفاوت المكانين في الارتفاع ، وان تساوا شق نقل الماء ، وان نزلت ما وقع اليها الثقل سهل ذلك ، وان علت امتنع ، وقد يستغنى عن الصفحة بالانوبة التي يصب فيها الماء من منتصفها ، فان قطر من طرفيها على السواء ، أنبأ عن التعادل ، والا عمل كما عرف .

[٦] « اذا اردنا أن نعرف ارتفاع الشمس أبداً من غير اسطراب ، ولا آلة ارتفاع ، فانا نقيم شاخصاً في ارض موزونة ، ثم نعلم على طرف الظل في ذلك الخط ، ونمد خطاً مستقيماً من محل قيام الشاخص يحرر على طرف الظل في ذلك السطح عموداً طوله مثل طول الشاخص ، ثم نمد خطاً مستقيماً من طرف العمود الذي في السطح الى طرف الظل ، فيحدث سطح مثلث قائم الزاوية ، ثم نجعل طرف الظل مركزاً ، وندير عليه دائرة بأي قدر شئنا ، ونقسم الدائرة بأربعة أقسام متساوية على زوايا قائمة يجمعها المركز ونقسم الربع الذي قطعه الثلث من الدائرة بتسعين جزءاً مما قطعه الضلع الذي يوتر الزاوية

---

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٣١٧ ( الجزء الثالث ) .

يذكر العامل طريقة إيجاد فرق المنسوب ( اي فرق الارتفاع ) بين موضعين من الارض باستخدام الصفيحة المثلثة ، كذا باستخدام انوبة بها ماء ، وقد شرحنا هذه الطريقة بالتفصيل في الفصل الاول من التاب السابع .

القائمة من الدائرة مما يلي الخط والظل هو الارتفاع .

وليكن محل الشاخص نقطة (P) وطرف الظل (ب) والخط الخارج (لح) والعمود في السطح (دP) و (P) هي الزاوية القائمة والمستقيم الواصل بين طرف العمود وطرف الظل (دب) ، والمثلث (Pدب) ، ومركز الدائرة (ب) ، والدائرة (ى ر ح ه) ، والرابع المقسوم بتسعين (ىم) ، والضلع الموتر للزاوية القائمة من المثلث ضلع (ب د) ، فإذا كان قطعاً للربع على نقطة (ك) كانت قوس (ى ك) مقدار الارتفاع في ذلك الوقت من ذلك اليوم .

وهذا مما برهن عليه ، لكن برهانه مما يطول ، ولا يتسع له الكشكول . »

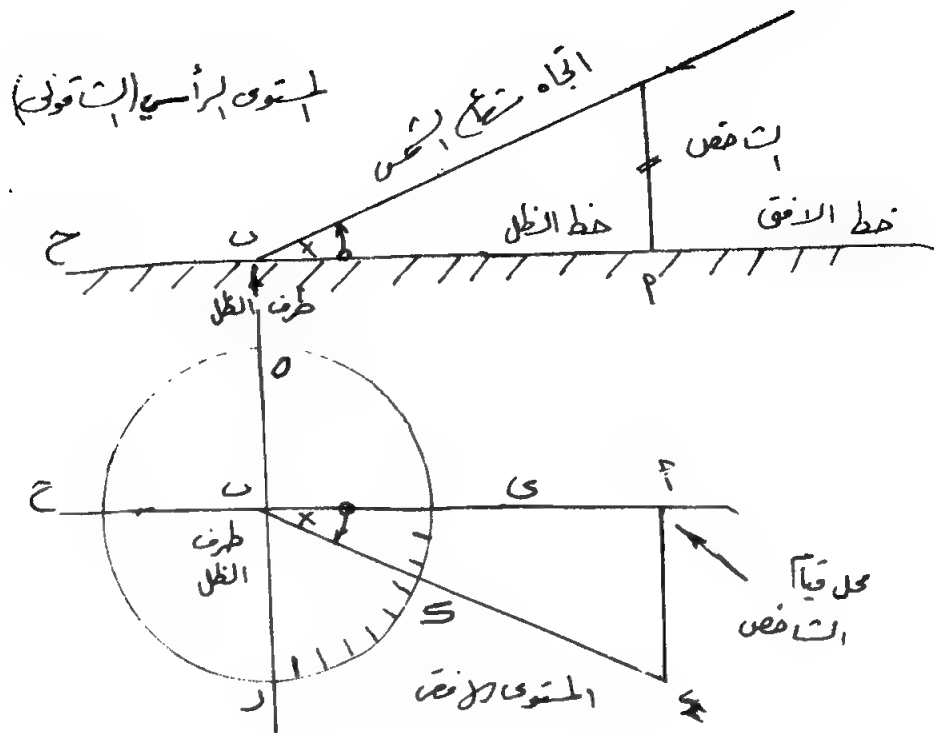
---

الكشكول - طبعة مصر - الصفحتان ٣٢٩ ، ٣٣٠ (الجزء الثالث) ، وقد صححنا التحريف في الرموز الواردة في المتن .

شرح :

يقدم العاملي هنا لتعيين ارتفاع الشمس بغير استخدام الاسطرلاب او لآلة ارتفاع ، وتتلخص الطريقة في اقامة شاخص على ارض تامة الاستواء ثم تحديد طرف الظل . وبين شكل ( ٢٠ ) تكون مثلث قائم الزاوية عند الشاخص ، نعلم منه ارتفاع الشاخص وطول ظله ، وبالتالي ان زاوية ميل شعاع الشمس تتخذ قيمة محددة ، ويرمي العاملي إلى نقل المثلث القائم من المستوى الرأس ( الشاقولي ) إلى المستوى الافقى حيث يمكن قياس الزاوية المطلوبة ، وطريقة النقل هذه واضحة تماماً في المتن تصحيحنا للتحريف الذي ورد في الرموز .

وبتضح من شكل (٢٠) أن المثلث المرسوم في المستوى الافقى لـ ب د هو نفسه المثلث المكون من الشاخص وظله وشعاع الشمس في مستوى الرأسى ، وبذلك تكون زاوية ميل الشعاع الشمسي عند ب موجودة يتحدد ارتفاع الشمس ساعة القياس ، والبرهان على صحة ذلك واضح تماماً من الشكل حيث ان المثلثين القائمين في المستويين الرأسى والافقى متطابقين تمام التطابق بتساوي الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة .



شكل (٢٠) - طريقة لتعيين ارتفاع الشمس دون اسطرلاب أو آلة ارتفاع .  
المستوى الأفقى

## خلاصة

يقدم لنا الشيخ بهاء الدين العاملي - العالم الموسوعي العربي - صورة واضحة ودقيقة لمعارف العرب الرياضية في حوالي نهاية القرن السادس عشر للميلاد وأوائل القرن السابع عشر إبان انتقال قصب السبق من الحضارة العربية إلى الحضارة الغربية ، وقد ضمن العاملي هذه المعارف بعض قواعد وطرائق من ابتكاره ، ولقد نجح في عرضه لموضوع الرياضيات هذا عرضاً غاية في الترتيب والشمول لاسيما وأنه جاب الأمصار العربية والإسلامية واطلع على كثير من أعمال علمائها زهاء ثلاثين عاماً ، فجاءت كتاباته مشتملة على ما ألم به وأحاط في سياحاته واطلاعاته المترامية .

ويجدر بنا في ختام هذه الدراسة التي تناولت تحقيق كتاب « خلاصة الحساب » و « الكشكول » ، ودراسة رياضياتها دراسة تحليلية ، أن نقدم خلاصة موجزة لما أورده العاملي في هذين المصنفين ، ويشمل استخراج المجهولات بالطرق الحسابية ، كما يضم خواص الأعداد ، وجمع المتواليات ، واستخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة ، كذا بعض المسائل العويصة والمستحيلة الحل ، وتضمن كتابات العاملي كذلك إيجاد مساحة الأشكال الهندسية المستوية وحجوم الأجسام المنتظمة ، وبعض المسائل التي نعرض في أعمال المساحة العملية .

### أولاً : الطرق الحسابية الأساسية :

- (١) قواعد حساب الأعداد الصحيحة ( الصحيح ) من جمع وطرح وضرب وقسمة ، مع بيان طرق الضرب المختلفة كطريقة الشبكة على مسيل المثال .
- (٢) قواعد حساب الكسور من جمع وطرح وضرب وقسمة مع بيان تجنيس الكسور ( توحيد الخارج أو المقامات ) ورفعها .
- (٣) ميزان المدد ، أي طريقة امتحان صحة العمليات الحسابية المختلفة . وتعرف هذه الطريقة بالقاعدة الذهبية ، وتعلق تسمية الميزان على ما يبقى من العدد أو من حاصل الجمع أو الطرح أو الضرب بعد إسقاطه تسعة تسعة .
- (٤) طريقة إيجاد الجذر للمدد الصحيح والكسر ، وقد ذكر العاملي طريقة مبتكرة

لحساب جذر الأصم بالقرب ، وتؤدي هذه الطريقة إلى نتائج لا يتعدى الخطأ فيها ١٪ ، وقد سبق للكرخي<sup>(١)</sup> أن ضمنها كتابه «كافي الحساب» .

(٥) استخراج المجهولات بطريق الحساب ، وتشمل الطرق التالية :  
 آ - استخراج المجهولات بالأربعة المتناسبة ، وبالأربعة المتناسبة يقصد أربعة مقادير  
 ١ع ، ٢ع ، ٣ع ، ٤ع بحيث تكون نسبة الاول إلى الثاني كنسبة الثالث إلى الرابع ،  
 أي أن :

$$\frac{٣ع}{٤ع} = \frac{١ع}{٢ع}$$

ويسمى المقداران ١ع ، ٢ع الطرفين ، بينما يسمى المقداران ٣ع ، ٤ع الوسطين . ومن الواضح أن حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين ، وبمعنوية ثلاثة من هذه الأربعة يمكن حساب المقدار المجهول باستخدام معادلة التناسب في أي من صورها المترادفة .

ب - استخراج المجهولات بطريق حساب الخطأين

وقد كانت هذه الطريقة معروفة تماماً ومنتشرة الاستعمال في صدر الحضارة العربية ، وتعتمد هذه الطريقة على فرض قيمتين مختلفتين للمقدار المجهول ثم إيجاد الخطأين الناشئين عن هذين المفروضين ، والتعويض في علاقة محددة لتخرج القيمة الصحيحة للمقدار المجهول .

ج - استخراج المجهولات بالعمل بالعكس

وفي هذه الطريقة يبدأ حل المسألة من نهايتها حيث تجري الخطوات بعكس ما يرد في متن المسألة حتى نصل بالتسلسل إلى قيمة المجهول .

(٦) كيفية استخراج الأسماء أو الشهور أو البروج المضمرة ، وذلك بتجميع معلومات من المضمرة تؤدي إلى معادلة بسيطة ذات مجهول واحد ، وبذلك يتحدد العدد الممثل لثاني المضمرة .

---

(١) هو فخر الدين أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي الحاسب وزير بهاء الدولة ، صاحب كتابي « الفخري » و « الكافي » ، وقد ألفها بين سنتي ٤٠١ ، ٤٠٧ ( ١٠١٠ - ١٠١٦ م ) .

(٧) فكرة التبادل والتوافق كإيجاد عدد الكلمات التي تتركب من حروف الهجاء ( حروف المعجم ) بشروط خاصة ، كأن تكون الكلمة ثنائية ، أو أن تكون الكلمة ثلاثية بشرط عدم اجتماع حرفين من جنس ، وهكذا .

(٨) قسمة مال غير واف بحقوق متفاوتة على حسب التفاوت ، أي بيان كيفية تقسيم مال موجود على جماعة من المستحقين تزيد استحقاقاتهم أو ديونهم على المال الموجود .

### ثانياً - خواص الأعداد

(١) تعريف العدد عموماً ، كذا تعريف الأعداد المتماثلة والمتداخلة والمتوافقة والمتباينة .  
(٢) الأعداد التامة والزائدة والناقصة ، والعدد التام هو ذلك العدد الذي يساوي مجموع الأعداد المكونة له وينتهي العدد دوماً التام بواحد فقط من أي من الرقمين ٦ ، ٨ في خانة الاحاد. وهنا يقدم العاملي قاعدة تختص بتعيين الأعداد التامة ، وهي قاعدة ثبتت صحتها حتى البلايين على الأقل . وقد أمكن باستخدام هذه القاعده تعيين الأعداد التامة السبعة الأولى .

(٣) بيان المقصود بالأعداد المتحابية كالمدين ٢٢٠ ، ٢٨٤ حيث ان مجموع عوامل كل منهما يساوي مجموع عوامل الآخر ، ويقصد بعوامل العدد هنا جميع الأعداد التي يقبل القسمة عليها بدءاً من الواحد الصحيح .

(٤) ربط العاملي بين صفات آدم وحواء وبين خواص الأعداد .

### ثالثاً - جمع المتواليات

قدم العاملي طرق إيجاد مجموع بعض المتواليات الرياضية نذكرها فيما يلي :  
١ - جمع الأعداد على النظم الطبيعي ، أي جمع المتواليات الحسابية التي أساسها الواحد ، أي التي يزيد فيها كل حد عن سابقه بواحد صحيح :

$$(١ + ٢ + ٣ + ٤ + \dots + n) \frac{n}{2} = (١ + n)$$

٢ - مضروب عدد في نفسه وفي جميع ما تحته من الأعداد :

$$n \frac{n!}{2} = [١ + ٢ + ٣ + \dots + (٢ - n) + (١ - n) + n]$$

٣ - جمع الافراد ( دون الازواج ) على النظم الطبيعي ، أي جمع الاعداد المفردة حسب تسلسلها الطبيعي :

$$^2\left[\frac{1+9}{2}\right] = [9 + (2-9) + \dots + 7+5+3+1]$$

٤ - جمع الازواج ( دون الافراد ) على النظم الطبيعي ، أي جمع الاعداد الزوجية حسب تسلسلها الطبيعي :

$$(1+\frac{9}{2})\frac{9}{2} = [9 + (2-9) + \dots + 8 + 6 + 4 + 2]$$

٥ - جمع المربعات المتوالية :

$$\frac{(1+9 \cdot 2)(1+9)9}{3 \times 2 \times 1} = [^2_9 + \dots + ^2_4 + ^2_3 + ^2_2 + ^2_1]$$

٦ - جمع المكعبات المتوالية :

$$^2\left[\frac{(1+9)9}{2}\right] = [^3_9 + \dots + ^3_4 + ^3_3 + ^3_2 + ^3_1]$$

٧ - أشار العاملي إلى الاعداد المتوالية من الواحد على التضاعف ، أي جمع المتوالية الهندسية التي أساسها ٢ ، وهي :

$$(1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots)$$

$$\text{أي } (1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \dots)$$

وفيه يكون كل حد في المتوالية مساوياً للحد الذي يسبقه مضروباً في ٢ ،

وقد أشار العاملي الى هذه المتوالية الهندسية في معرض حديثه عن الاعداد التامة .

هذا وقد سبق لأبي الريحان البيروني ( ٩٧٣ - ١٠٥١ م ) أن توصل الى إيجاد مجموع هذه المتوالية ، التي تعرف بالنسبة الشطرنجية عطفاً على قصة الحكيم الذي طلب مكافأته من الحاكم بحيث تساوي مجموع ما يتحصل من وضع حبوب على مربعات رقعة الشطرنج بحيث تبدأ بحبة واحدة في المربع الأول ثم تزداد على التضاعف في المربعات التالية حتى المربع الرابع



والستين وهو المربع الاخير في رقعة الشطرنج ، ويبلغ مقدار الحب المتحصل على رقعة الشطرنج - حسب المتواليات الهندسية التي اساسها ٢ - رقماً بالغ العظم سبق ان حسبه العلماء العرب (١) وهو :

٦١٥ ٥٥١ ٧٠٩ ٠٧٣ ٧٤٤ ٤٤٦ ١٨

#### رابعاً - الجبر والمقابلة :

(١) تعريف الشيء والمال والكعب ومراقبها ، وهذه تعبر عنها بالرموز الرياضية المعاصرة على الوجه التالي : س ، س<sup>٢</sup> ، س<sup>٣</sup> وما فوقها ، أما العدد فهو الذي لا يشتمل على الشيء أو المجهول .

(٢) بيان المقصود بكلمتي « جبر » و « مقابلة » حيث يعبر العاملي عن معناها تعبيراً دقيقاً في الفصل الثاني من الباب الثامن من كتابه « خلاصة الحساب » حيث يقول بلفظه :

« الطرف ذو الاستثناء (٢) يكمل ، ويزاد مثل ذلك على الآخر ، وهو الجبر . »

« والاجناس المتجانسة المتساوية في الطرفين تسقط منها ، وهو المقابلة . »

(٣) حل المسائل الجبرية الست ، أي حل معادلة الدرجة الثانية في صورها الست ، وهي ثلاث مسائل تسمى المفردات ، وثلاث آخر تسمى المقترنات ، وهي لاتخرج في مجموعها عن جبر محمد بن موسى الخوارزمي .

أ - المفردات : وهي مسائل « المعادلة بين جنس وجنس » :

١ - عدد يعدل أشياء :  $x = b$  ب س

٢ - أشياء تعدل أموالاً :  $bx = p$  ب س<sup>٢</sup>

٣ - عدد يعدل أموالاً :  $bx^2 = p$  ب س<sup>٣</sup>

ب - المقترنات : وهي مسائل « المعادلة بين جنس وجنسين » ، وفيها يكون جنس في

(١) راجع على سبيل المثال كتاب مرشدة الطالب الى أسنى المطالب « للشيخ عبدالله المعجمي الشنشوري ، مخطوط المكتبة الأجمدية بجلب - رقم ١٢٤٢ ، صفحة أ حتى ٢٦ ب .

(٢) نقصد الحد الذي تسبقه إشارة سالبة ، فيضاف مثل هذا الحد نفسه ولكن بإشارة موجبة لكل من طرفي المعادلة .

احد طرفي المعادلة يعدل جنسين ( مقترنين ) لهما نفس الإشارة الجبرية في  
في الطرف الآخر من المعادلة :

$$١ - عدد يعدل اشياء واموالاً : > = ب س + | س٢$$

$$٢ - اشياء تعدل عدداً واموالاً : ب س = > + | س٢$$

$$٣ - اموال تعدل عدداً واشياء : | س٢ = > + ب س$$

وقد أورد العاملي امثلة عديدة تطبيقاً على الحلول التي قدمها لهذه المسائل  
الجبرية الست .

(٤) تحويل الفرق بين مربعي مقدارين الى حاصل ضرب مجموع المقدارين في الفرق بينهما :

$$( م٢ - ن٢ ) = ( م + ن ) ( م - ن )$$

(٥) « المسائل السيالة » وهي تسمية اطلقها العرب على المسائل التي ليست لها اجابة وحيدة،  
اي المسائل التي يصح لها عدد غير محدود من الحلول الممكنة ، وقد اعطى العاملي مثلاً  
لذلك توصل فيه الى تعيين النسبة بين المجهولين ، وبالتالي يصير لهذه المسألة عدد لانهائي  
من الاجوبة الصحيحة كلها تحقق النسبة التي تم تعيينها .

خامساً - المسائل العويصة أو المستحيلة الحل :

ساق العاملي في خاتمة كتابه « خلاصة الحساب » سبع مسائل اسمها « المستصعبات السبع »  
وترجع الصعوبة او الاستحالة في حلها الى وقوعها في واحدة من المسائل الآتية .

(١) مستصعبة تؤول المسألة فيها الى مواجهة معادلة من الدرجة الثالثة ، وهذه ليست هيئنة  
الحل كمعادلة الدرجة الثانية ، وقد سبق لبعض علماء العرب محاولة حل معادلة الدرجة  
الثالثة بالطرق الهندسية بواسطة قطوع الخروط ، ومن امثال من تصدى لهذه المعادلة بالحل  
ابو عبدالله محمد عيسى الماهاني ، وثابت بن قرة الخراساني ، وابو جعفر الخازن الخراساني،  
والحسن بن الهيثم ، وغياث الدين عمر بن ابراهيم الخيامي .

(٢) مستصعبة تؤدي الى معادلة من الدرجة الرابعة ، وقد سبق لأبي الوفاء البوزجاني ان  
توصل الى حلول - بطرق هندسية - لبعض حالات من هذه المعادلة ، كذلك تضمنت  
مؤلفات عمر الخيامي معادلة من الدرجة الرابعة مع بيان حلها .

(٣) استحالة تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، اي استحالة حل المعادلة :

$$2^2 = 2^1 + 2^0$$

بشرط ان يكون كل من  $2^1$  ،  $2^0$  ،  $2^2$  عدداً صحيحاً ، وهذه المسألة المستحيلة الحل سبق على ما عرف فيما بعد بنظرية « فيرما » نسبة الى العالم الرياضي الفرنسي فيرما ( ١٦٠١ - ١٦٦٥ م ) .

(٤) استحالة تقسيم مكعب بقسمين مكعبين ، اي استحالة حل المعادلة :

$$3^3 = 2^3 + 1^3 \quad \text{حيث } 3^3, 2^3, 1^3 \text{ اعداد صحيحة}$$

وقد كانت هذه المسألة المستحيلة الحل معروفة عند عمر الخيامي ، وقد يكون قد وقف عليها علماء عرب من قبله ، فهذه المستعصية سبق آخر على ماورد ايضاً في نظرية بيير دي فيرما التي جاءت بعد وفاة العاملي بخمسة عشر عاماً ، والتي تقول :  
« من المحال تقسيم المكعب الى مكعبين ، او ضعف المربع الى مربعين ، او بوجه عام تقسيم اية قوة اعلى من المربع الى قوتين من نفس الدرجة . »

سادساً - تعيين المساحات والحجوم .

- (١) تعيين مساحات الاشكال الهندسية المستوية ذات الاضلاع المستقيمة والمقوسة .
- (٢) حساب حجوم الاجسام الهندسية المنتظمة ذات الاسطح المسوية والاسطوانية والكروية .

سابعاً - اعمال المساحة العملية :

- (١) تحديد حصص من الارض في ضوء معلومات معطاه ، مع استيفاء شروط معينة .
- (٢) طرق قياس فرق المنسوب ( اي فرق الارتفاع ) عند موضعين من سطح الارض ( ويسمى العاملي عملية وزن الارض ) بقصد شق القنوات .
- (٣) الطرق المختلفة لتعيين علو المرتفعات وأعماق الآبار .
- (٤) قياس عروض الانهار .
- (٥) تعيين ارتفاع الشمس بغير الاستعانة بالاسطرلاب او بآلة ارتفاع .

هذه نظرة فاحصة جامعة لما ضمنه العالم العربي الموسوعي بهاء الدين العاملي لكتابه « خلاصة الحساب » و « الكشكول » من رياضيات ، عرض فيها لمعارف العرب على عهده ،

محمدا يوسف الكوسبي

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

## فهرس الاشغال

- شكل (١) : الصفحة الاولى من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (٢) : الصفحة الثانية من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (٣) : الصفحة الاخيرة من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (٤) : الصفحتان الاولى والاخيرة من مخطوط المكتبة المولوية بحلب - رقم ٧٥٣ .
- شكل (٥) : الصفحة الاولى من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .
- شكل (٦) : الصفحة (٥١) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .
- شكل (٧) : الصفحة (٢٦) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (٨) : الصفحة (٢٧) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (٩) : الصفحة (٢٨) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (١٠) : الصفحة (٣٣) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .
- شكل (١١) : تعيين ارتفاع مرتفع بالاستعانة بشاخص (برهان العالمى
- شكل (١٢) : تعيين ارتفاع مرتفع برصد رأسي المرتفع وشاخص
- شكل (١٣) : تعيين ارتفاع مرتفع باستخدام مرآة مستوية
- شكل (١٤) : تعيين ارتفاع مرتفع بطريق قياس الظل
- شكل (١٥) : قياس عمق بئر باستخدام الاسطرلاب
- شكل (١٦) : الصفحة (٣٥) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣
- شكل (١٧) : مسألة الرمح المركوز في الحوض .
- شكل (١٨) : قاعدة في بيان تقسيم الغرماء : الصفحة (٥٢) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب رقم ١٢٥٣ .
- شكل (١٩) : تحديد حصص من الارض بشروط معينة
- شكل (٢٠) : طريقة لتعيين ارتفاع الشمس دون اسطرلاب أو آلة ارتفاع .

## فهرس الاعلام

( أ )

ابن اسلم - أبو كامل شجاع :  
ابن البنا المراكشي - أبو العباس احمد بن محمد عثمان الأزدي :  
ابن قرّة الحراني - ثابت :

ابن معصوم :

ابن الهيثم - الحسن :

ابن يونس - كمال الدين موسى :

اقليدس :

الاقليديسي - احمد بن ابراهيم :

( ب )

بروكلمن - كارل :

البوزجاني - أبو الوفاء :

البيروني - أبو الربحان محمد بن احمد :

( خ )

الخازن الخراساني :

الخورزمي - محمد بن موسى :

الخيامي - غياث الدين أبو الفتح عمر بن ابراهيم :

( د )

الدسكري المنجم - أبو الحسن بن أبي العالي :

ديوفانتس السكندري :

( ر )

الرازي - أبو يوسف يعقوب بن محمد :

( ش )

شجاع بن اسلم - أبو كامل ( راجع ابن اسلم )

الشنشوري - عبد الله العجمي :

( ط )

الطالوى :

( ع )

علي كرم الله وجهه - أمين المؤمنين :

( ف )

فيرما - بدير دى :

فخر الملك - أبو غالب محمد بن خلف :

( ك )

الكرخى الحاسب - فخر الدين أبو بكر محمد بن الحسن :

الكوردى - رمضان :

( م )

المهاني - أبو عبد الله محمد عيسى :

المصيصى - أبو يوسف بن محمد :

المنينى - أحمد بن علي :

المهدي - السيد محمد :

( ن )

نيكوماخس ( نيقوماخس الجاراسيني ) :

متاح للتحميل ضمن مجموعة كبيرة من المطبوعات من صفحة

مكتبتي الخاصة

على موقع أرشيف الانترنت

الرابط

[https://archive.org/details/@hassan\\_ibrahem](https://archive.org/details/@hassan_ibrahem)

INSTITUTE FOR THE HISTORY OF ARABIC SCIENCE

UNIVERSITY OF ALEPPO

موسى يوسف اللومى

# MATHEMATICAL WORKS

o f

## Baha' Al - Din Al - 'Amili

(953 - 1031 H.) / (1547 - 1622 A.D.)

By

Dr. GALAL S. A. SHAWKY

B. Sc., Ph. D., C. Eng., F. I. Mech. E. (London)

Visiting Professor to Aleppo University

Professor, Faculty of Engineering - Cairo University

موسى يوسف اللومى

1976

معهد التراث العلمي العربي

رياضيات بهاء الدين العاملي

الدكتور جلال شوقي

١٩٧٦